L'INNUMÉRISME
De quoi parle-t-on ? Peut-on y remédier facilement ?

Auteur : Michel Vigier
Professeur LP de math-sciences.
Ingénieur ENSI**,** analyste-programmeur, licencié en psychologie-sciences de l'éducation.
michel.vigier@ac-poitiers.fr

RESUMÉ

Parmi la population scolaire française, une toute petite élite serait pourvue « de la bosse des maths », d'une part. D'autre part, le quart d'une classe d'âge est en « grande difficulté » en mathématiques et près de la moitié est « fragile ». Des avancées scientifiques récentes confirment que cette situation n'est pas due à des facteurs biologiques ou hérités génétiquement, dyscalculie ou autre, mais que son origine est d'ordre environnemental. Le terme d'innumérisme[1] (Dehaene, 2003, p. 187) est, à notre sens, plus approprié.
Pour pallier l'innumérisme, n'est-il pas urgent de mettre en pratique certaines propositions des auteurs constructivistes, en les appliquant aux mathématiques ? C'est ce que semble montrer nos expérimentations récentes. Si les notions « spontanées », comme le partage, sont les premières balises du cheminement de l'humanité vers la mathématique, ne seraient-elles pas « fossilisées » dans chaque cerveau. L'utilisation privilégiée des abaques, informatiques ou non, ne permettrait-elle pas d'inverser la lourde tendance à la baisse des compétences en calcul ? Ces outils simples que sont les tableaux facilitent le raisonnement en le structurant, ils permettent une « généralisation », l'assimilation des concepts de multiplication, de division, de proportionnalité, et sont source de représentations mentales « prototypes » ; ne pourrions-nous pas les mettre systématiquement à disposition des élèves en difficulté ?

Les mots-clés
Abaques : tables de calcul, incluant les bouliers, les tableurs informatiques, les tableaux sur papier en général, les tables numériques, les familles de courbe, etc.
Dyscalculie : dysfonctionnement d'origine neurologique chez certains sujets entraînant des difficultés en calcul.
Innumérisme : situation, susceptible d'évolution, des sujets dont la numératie est insuffisante.
Numératie : ensemble des connaissances et compétences de base requises pour conduire un calcul.

LES DIFFICULTÉS EN PRIMAIRE ET AU COLLÈGE

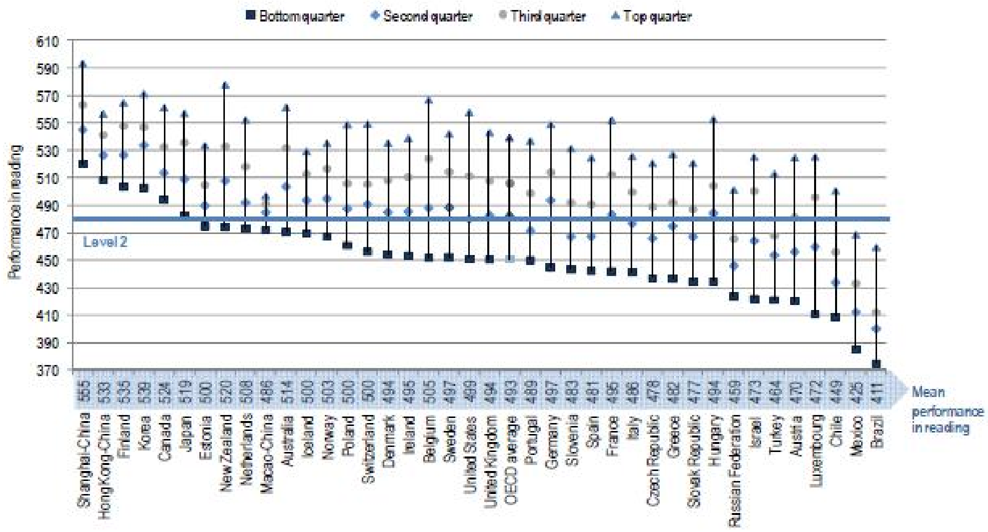
La situation de la culture mathématique aujourd'hui selon l'enquête Pisa 2009

Les études Pisa[2] de l'OCDE, triennales, qui ont regroupé 65 pays adhérents ou associés en 2009, vont nous servir de référence, notamment pour l'échelle des niveaux. L'enquête Pisa 2006 montre (Vigier, 2009) que la France se trouve dans la deuxième moitié du classement, avec 8,4 % d'élèves en très grande difficulté en calcul, niveau < 1 de l'OCDE[3], et que nous sommes le pays qui régresse le plus en niveau moyen depuis 2003 (Pisa 2006, graphique 6.21). La situation s'est dégradée encore un peu plus pour cette catégorie d'élèves, qui atteint 9,5 % de la population scolaire, selon les chiffres Pisa 2009, ce qui place la France, au 36^{e} rang des pays de l'OCDE ou associés (API, figure 1). La France connaît une des évolutions les plus défavorables par comparaison avec les autres pays industrialisés (API, figure 2). L'OCDE souligne aussi que les élèves au niveau 2 ont encore des difficultés[3] (Pisa 2006, p.

[1] Néologisme traduit de l'américain *innumeracy* par S. Dehaene sur le modèle du mot « illettrisme ».
[2] Programme international pour le suivi des acquis des élèves.
[3] L'échelle adoptée par l'OCDE compte 7 niveaux (< 1; 1; 2; 3; 4; 5; 6).

336). Ce niveau équivaut à notre catégorie des élèves en difficulté en calcul, qui représente 42,4 % des jeunes de 15 ans en 2009, ces derniers sont en difficulté simple, grande ou très grande[4]. Ce taux correspond aux mesures récentes de la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance du ministère de l'Éducation nationale (EN DEPP, 2010, p. 6) qui recensent 44,7 % d'élèves « fragiles ». Le constat est donc unanime : presque un élève sur deux est en difficulté à la fin du collège !
Ces mauvais résultats, éloignés des taux affichés par les pays les plus performants, mettent en lumière la mauvaise adaptation du système d'enseignement français à l'éducation de masse (figure 1). En compréhension de l'écrit, la France se classe au 26e rang des pays de l'OCDE selon les résultats moyens du premier quartile socioéconomique (élèves les plus défavorisés économiquement). Mais sur les 39 pays de ce graphique, seuls trois pays dépassent la France pour ce qui concerne l'écart entre les résultats moyens du premier quartile et ceux du quartile des élèves les plus favorisés. Cet écart mesure l'inégalité des chances (OECD, 2012, figure 3.1, p. 105).
Par ailleurs, la corrélation (API, p. 9) entre les mesures en compréhension de l'écrit et en mathématiques est étroite pour les 38 premiers pays. Redresser une telle situation, touchant à l'éducation initiale, et qui n'est mesurée qu'à l'âge de 15 ans, prendra donc plus de dix ans. En calcul et en mathématiques l'évolution ne pourrait-elle pas être plus rapide ?

Figure 1 : Graphique donnant les résultats moyens en lecture selon les quartiles socioéconomiques de l'enquête Pisa 2009
OECD (2012), Equity and Quality in Education: figure 3.1, p. 105



Dyscalculie ou innumérisme ?
Au début des années 2000, l'Éducation nationale avait pris en compte les pathologies en « dys », dont la dyscalculie. Mais, dans un dossier publié par la revue *ANAE* de juillet 2009, une autre thèse est avancée par Jean-Paul Fischer, qui estime que « les dyscalculies développementales pures dépassent guère 1,5 % avec des critères scientifiques rigoureux. Les intérêts économiques, les confusions, les insuffisances et les erreurs n'expliquent-ils pas les 4 ou 5 % supplémentaires souvent ajoutés ? » (Fischer, 2009, p. 124).
Cette hypothèse nouvelle d'une origine culturelle et non biologique est rassurante (Vigier, 2009, p. 173) ; en effet, ce terme médical « en dys » laissait croire que, derrière les difficultés en calcul, il pouvait y avoir une cause héritée génétiquement, ce qui incitait chacun à adopter une attitude déresponsabilisée en utilisant une « étiquette » simplificatrice (Vannetzel, p. 143).

[4] PISA 2009 Results: *What Students Know and Can Do - Student Performance in Reading, Mathematics and Science (volume_I)*; Countries ranked in descending order of the percentage of students at levels 2, 3, 4, 5 and 6; p. 131database, table 1.3.1, figure 1.3.9.

En 2011, le ministère reprend à son compte les conclusions de l'étude et adopte le terme d'innumérisme (EN, 2011).

Les constats sur le terrain des enseignants ou des formateurs

Les difficultés commencent avec les fondements mêmes : la numération et les irrégularités de la langue, l'assimilation des trois opérations arithmétiques techniques (soustraction, multiplication et division), la résolution des situations de la vie (anciennement nommées « problèmes arithmétiques »). Le mal est ancien – Jean Piaget avait déjà signalé « la myopie des élèves à l'égard des structures multiplicatives » (Piaget, 1977, p. 35) –, mais il prend de l'ampleur aujourd'hui et s'étend.

Bâtir la suite des apprentissages mathématiques sur des fondations aussi fragiles conduit forcément à l'échec. Les 150 000 élèves décrocheurs (près de 20 % d'une classe d'âge chaque année selon l'Éducation nationale) en témoignent.

Chez les adultes, l'illettrisme touche 9 % de la population selon une enquête Insee, que Fischer (2010) complète en ajoutant 3 % d'adultes concernés par les difficultés en calcul alors qu'ils n'ont pas de problème en lecture. Certains enseignants en maths pensent que la seule difficulté à surmonter dans la résolution des situations de la vie est liée à la compréhension des textes d'énoncés. J.-P. Fischer montre que ce n'est pas le cas et que ces difficultés sont liées à une autre problématique.

Pourquoi des difficultés en calcul ?

Ainsi que nous l'avons déjà montré, les difficultés en calcul ont une origine non seulement environnementale, plus précisément socioéconomique, mais aussi pédagogique (Vigier, 2010, p. 302).

Nous conjecturons ainsi que certaines notions sont quasi intuitives, voire héritées génétiquement. En quoi serait-il surprenant que les notions les plus anciennes soient les plus profondément ancrées dans le cerveau humain ? Stanislas Dehaene affirme que « le sens du nombre [...] est en grande partie défini sur une base génétique » (Dehaene, 2010, p. 319). Cette intuition numérique humaine, le nombre approximatif, l'espace numérique ou la droite numérique seraient-ils des concepts dérivés de notions encore plus anciennes, et non l'inverse ? « Fossilisées » dans notre cerveau, ne demanderaient-elles qu'à être activées dans une progression respectueuse de la chronologie des premiers acquis humains ? Ainsi, le partage, né autour des premiers feux, s'est ensuite transporté autour de la « table » familiale et la présentation en « tableaux » est devenue naturelle, les premiers nombres apparaissant sur la base d'une main. Le partage équitable, le troc, la proportionnalité généralisée, les nombres et l'écriture sont proches...

Les habiletés liées à la proportionnalité et aux tableaux, que nous avons observées (Vigier, 2009, p. 176) sur les marchés africains, sont utilisées depuis des temps reculés, et elles le sont aujourd'hui encore et, plus près de nous, par les gens du voyage, ce que de nombreux enseignants spécialisés constatent. La proportionnalité semble donc bien être une notion sinon héritée génétiquement à tout le moins accessible par l'école de la vie.

Lev Vygotski distingue les « concepts quotidiens » ou « spontanés » issus de l'expérience (Vygotski, 1934, p. 272-274) et les « concepts scientifiques » introduits par l'apprentissage scolaire. Dans l'expérience de Vygotski et Schiff, les concepts spontanés se développent en parallèle avec les concepts scientifiques. Cette distinction, reprise dans une expérimentation de Rémi Brissiaud et Emmanuel Sander (Brissiaud, 2010, p. 333), semble conforter la position de Vygotski, qui pensait que les compétences acquises à l'école doivent se construire à partir des compétences spontanées. Piaget soutient cette idée et a répondu à Vygotski, longtemps après sa disparition[5], alors que ce dernier pensait être en désaccord sur ce point avec son confrère : « L'école […] ignore tout le parti qu'elle pourrait tirer du développement spontané des élèves » (Piaget, 1997, p. 501-516).

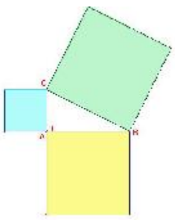
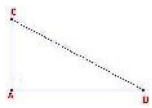
[5] Vygotski, décédé en 1934, connaissait les écrits de Piaget mais, du fait de la censure stalinienne, Piaget n'a découvert les livres de Vygotski qu'en 1954.

Ce n'est pas non plus une découverte pour les parents : tous les enfants de 2-3 ans savent, après un apprentissage des plus réduits, mettre le couvert et prouvent qu'ils comprennent parfaitement la règle du « partage équitable » en disposant un, deux ou trois bonbons dans chaque assiette. En maternelle, l'apprentissage de la « distributivité » maintient active cette notion quasi spontanée. La proportionnalité ne serait-elle pas insuffisamment étudiée ou développée ensuite pendant l'école primaire ? Ne serions-nous pas dans la situation du bébé qui sait nager à la naissance mais oublie par la suite ?

<u>Les modèles constructivistes apportent-ils une réponse pédagogique ?</u>

Fischer ajoute en conclusion à l'étude ANAE de 2009 : « Nous postulons que c'est ce processus d'abstraction réfléchissante, dont Piaget souligne qu'il est seul à l'œuvre en logique et mathématiques pures, [...] qui est insuffisant chez les élèves à difficulté numérique ou mathématiques » (Fischer, 2009, p. 185). S'il ne s'agit que de difficultés d'abstraction, la porte est donc laissée grande ouverte aux initiatives pédagogiques qui peuvent être conduites, dorénavant, sans les préjugés sur les capacités de certains élèves, véhiculés par des expressions telles que « nul en maths » et par la notion médicale de dyscalculie. En reliant les difficultés d'abstraction à des causes environnementales, les auteurs constructivistes sont alors remis en lumière (Vigier, 2010, p. 305).
L'abstraction en deux étapes (Piaget, 1977, p. 30), « différenciation » et « généralisation », est respectée, si nous prenons cet exemple de la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle. Les carrés associés aux côtés permettent la différenciation, c'est-à-dire le passage d'un palier connu, l'aire des carrés, à un nouveau palier, inconnu, une des aires est égale à la somme des deux autres. La généralisation prendra la forme du théorème de Pythagore, et sera traduite par un texte ou une formule.

Figure 2: Théorème de Pythagore

1. Différenciation	**2. Généralisation**	**3. Représentation mentale**
 Les aires AB^2, AC^2, BC^2, → $BC^2 = AB^2 + AC^2$	Le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des deux autres côtés.  $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$	 $5^2 = 3^2 + 4^2$

À chaque abstraction aboutie correspondra alors une nouvelle représentation qui unira les apports du langage aux perceptions visuelles, « unité de base » (Vygotski, 1997, p. 54 et 417), « prototypes » du concept (Bruner, 1996, p. 193) et qui deviendra le germe d'un développement ultérieur. L'imagerie médicale confirme la mobilisation des différentes zones du cerveau, par exemple dans le schéma « à triple code » d'un nombre (Dehaene, 2010, p. 325). La pensée ou le raisonnement font bien appel aux mots et aux images, mais, derrière le terme d'image, il faut comprendre l'intégralité des perceptions dues aux sens, qui vont participer à la création de la représentation mentale prototype. Rappelons simplement à l'appui de notre démonstration ces sensations mémorisées qui peuvent être perçues mentalement bien plus tard, à l'instar de l'odeur de la madeleine de Proust. Cette « image »

composite remplace souvent efficacement un long discours ! Édouard Gentaz (2009) a démontré ainsi que, même pour l'apprentissage de la lecture, le sens haptique manuel (le toucher) peut être mis à contribution de façon très efficace. Il en irait de même pour la numération, que l'on découvre avec les bouliers didactiques.
Nous retiendrons l'expression réduite « représentation mentale » pour désigner ce concept unificateur élargi d'« image mentale prototype multisensorielle ». Cette image ne recouvre pas tous les cas, elle n'est donc pas une généralisation, mais elle permet de revenir au concept étudié, auquel on peut avoir accès de façon permanente. Ainsi en est-il de la corde à 13 nœuds pour le théorème de Pythagore (figure 2).

Hypothèses sur les difficultés liées à la mise en place des étapes du raisonnement

♦ Pour la multiplication (et donc la division), la différenciation peut être obtenue en raisonnant sur un carré de salades, dont on compte les pieds pour une rangée et que l'on additionne autant de fois que l'on a de rangées. Cela se fait dans toutes les écoles. Mais comment respecter l'étape obligatoire de la généralisation sans passer par l'algèbre ou par une succession d'exemples divers ? C'est semble-t-il le nœud du problème psychopédagogique dans cet apprentissage en particulier, cette généralisation devant servir ensuite de base pour élaborer les notions d'ordre supérieur.
♦ Depuis le Moyen Âge, l'enseignement privilégie la forme verbale ou symbolique (l'algèbre et ses algorithmes). La propriété directe de Pythagore illustre cette affirmation : dans les livres scolaires, l'énoncé du théorème est encadré et est assorti de la figure d'un triangle rectangle et d'une formule. C'est la présentation enseignée à tous les collégiens avec l'espoir, souvent déçu, d'une mémorisation sous cette forme essentiellement verbale et/ou symbolique. Même si les deux premières étapes, différenciation et généralisation, du modèle constructiviste sont respectées, l'enseignant omet souvent de proposer une représentation mentale simple pour chacune des notions. Devant la représentation verbale et/ou symbolique, nos élèves récalcitrants trouveront, rarement par eux-mêmes, la bonne représentation mentale prototype qui facilitera les démarches cognitives ultérieures.
♦ Une autre difficulté est liée à une limite naturelle des possibilités du cerveau humain. En effet, le regard peut « embrasser » simultanément tous les éléments d'un paysage, avec une netteté décroissante vers les limites du champ visuel. Pour décrire ce panorama en fermant les yeux, la pensée, au contraire de la vue, ne peut « embrasser » l'ensemble ; elle ne peut que fixer chaque élément du paysage séparément, et successivement, pour le reconstruire. Les sportifs de compétition savent bien eux aussi que, dans l'effort, il n'est pas possible de penser à autre chose. Ce constat est universel et les adages populaires correspondants, comme « On ne peut pas faire deux choses à la fois », sont nombreux. Sylvain Charron et Étienne Koechlin (2010) montrent, grâce à l'imagerie médicale, que c'est valable pour la pensée et le raisonnement : en effet, l'étude qu'ils ont menée en laboratoire en 2010 prouve que le cerveau (ou chaque hémisphère, si l'on néglige les 0,005 seconde de décalage entre deux tâches prises en charge chacune par un lobe) est monotâche.
En calcul, cette difficulté a été soulignée par Piaget pour la multiplication (Piaget, 1977, p. 32), laquelle lie deux grandeurs différentes, au contraire de l'addition. Plus généralement, en mathématique, plusieurs informations sont mises en relation ; notre cerveau ne peut « embrasser » l'ensemble sans une technique appropriée, processus opératoire mémorisé, procédure apprise, figure, graphique, tableau, etc. Pour la multiplication, la division, cette technique semble faire défaut dans les apprentissages de l'école primaire.
La résolution d'une situation de la vie, présentée en deux lignes d'énoncé nous conduit même à envisager une procédure de plus de vingt étapes, liste non exhaustive, dans le cas de deux grandeurs mises en relation (proportionnalité : cas général, multiplication, division). Ainsi en est-il dans les deux exemples suivants :
« Avec 12 steaks hachés on fait 2,4 kg de pâtes bolognaise. Combien de steaks hachés faut-il au cuisinier du lycée pour faire 90 kg de pâtes bolognaise ? »

« Chaque galette fabriquée par le boulanger est prévue pour 12 personnes. Combien de personnes seront servies avec 8 galettes ? ».
Nous devrions, donc, pour chaque exercice :

1- lire,
2- comprendre la situation,
3- interpréter les nouveaux mots,
4- repérer la question,
5- repérer les informations utiles,
6- repérer les grandeurs,
7- rechercher les nombres, quantités, mesures des grandeurs (écrits en chiffres),
8- rechercher les nombres, quantités, mesures des grandeurs (écrits en lettres),
9- repérer les pièges lexicaux (ex. le mot « chaque » à la place de un ou de 1),
10- représenter la situation par un schéma,
11- désigner les grandeurs,
12- organiser les données numériques,
13- choisir l'opération n° 1,
14- choisir l'opération n° 2,
15- choisir l'ordre de l'opération n° 1,
16- choisir l'ordre de l'opération n° 2,
17- écrire symboliquement les opérations,
18- effectuer le calcul,
19- choisir l'unité,
20- écrire le résultat,
21- écrire la réponse,
22- vérifier le résultat,
23- vérifier la concordance de l'ordre de grandeur.

Pour résoudre ces situations de la vie, un élève doit compter sur son expérience ou son intuition mathématique ; sinon il doit suivre cette longue procédure. À chaque étape une erreur d'interprétation peut se produire, ce qui induit une erreur dans le résultat final, et ce d'autant plus facilement que le déficit culturel de l'élève est important. Il faut aussi tenir compte, dans l'organisation des données numériques, du fait que, avec quatre nombres, on obtient, par permutation, 24 configurations et en liant deux à deux chaque couple de nombres par une des quatre opérations, le nombre d'arrangements et de combinaisons au total est de 864 ! Demander à un élève en difficulté de résoudre un tel exercice présentant autant d'étapes d'abstractions et autant de solutions, sans une technique appropriée, revient à lui faire croire qu'il est possible d'« embrasser » dans sa globalité un paysage mathématique par la pensée en une image nette unique. La probabilité de succès pour un élève « peu armé » est donc très faible. Ce dernier le sait par expérience et s'enferme donc dans une position d'attente, sans le moindre début de réflexion qui pourrait lever progressivement les difficultés de compréhension de l'écrit. C'est le « blocage » de la pensée, du raisonnement, devant tout énoncé verbal. Les outils de prévention et de remédiation existent toutefois et sont connus des enseignants. La solution serait-elle de présenter systématiquement les données en tableau pour simplifier la fastidieuse et longue procédure mais aussi pour découvrir le paysage mathématique d'un seul coup d'œil ?

LA MÉTHODE DES ABAQUES

<u>Le choix des outils</u>

♦ Parmi les abaques, bouliers didactiques, tableaux et tableurs, seule l'utilisation des tableaux sur papier a fait l'objet des mesures reproduites ci-après. Le tableur, abaque moderne, est simplement le prolongement informatique des tableaux tracés à la main.

Les tableaux sont les constructions symboliques les plus proches de la réalité et sont utilisés probablement depuis les origines de l'humanité pour le partage équitable, la proportionnalité. Condorcet précise qu'un des « moyens essentiels pour le progrès à la fois de la science et de sa présence dans la société toute entière est l'art de faire des tableaux » (Feldman, 2005, p. 8). Les tableaux sont des **intégrateurs de tâches** qui rendent possible le respect d'une procédure longue ; ils permettent une **vue globale** du problème posé et sont des **outils de généralisation** autorisant des **représentations mentales**. Les automatismes associés atténuent encore la lourdeur de la procédure. Nous trouvons normal d'utiliser, au lycée, une formule de dérivation plutôt que de passer par une démonstration longue. De la même façon, dans les calculs de base, à l'école ou au collège, l'utilisation des tableaux et des automatismes associés doit permettre de sécuriser le raisonnement.

<u>Qui sont ces écoliers ou élèves en difficulté avec qui nous avons expérimenté notre méthode ?</u>

Les élèves en grande difficulté en calcul, niveaux 1 et < 1 de l'OCDE, soit environ un quart de la population à la sortie du collège (API, p. 6), se retrouvent en grande majorité (90 % selon l'Éducation nationale) en sections spécialisées (sections d'enseignement général et professionnel adapté, ou Segpa), en lycée professionnel, en CFA (centre de formation d'apprentis) ou deviennent des décrocheurs. Ces élèves connaissent l'échec depuis l'école primaire, pourtant des tests de QI donneraient un score supérieur à 80. Ces élèves sont « normaux », sans handicap particulier, mais avec une tendance à l'oubli, un défaut de concentration et une difficulté d'abstraction. L'échec scolaire en calcul est d'abord lié au déficit culturel.

<u>La pédagogie mise en œuvre</u>

♦ La technique de lecture-compréhension d'énoncés, fondée sur l'explicitation des éléments pertinents favorise la construction d'une interprétation adéquate de l'énoncé (Vigier, 2010, p. 174 et 175). C'est en ce sens que Michel Fayol cite Kintsch et Greeno (1985) : « Les problèmes sont ainsi résolus grâce à la construction d'un ensemble de microschémas, chacun représentant un état du problème » (Fayol, 2005, p. 17). Ces microschémas, sont repérés par des soulignements et des encadrements colorés. Cette technique aide à la compréhension de l'énoncé et peut aussi contribuer à éliminer le blocage chez certains élèves, en mobilisant l'attention par les manipulations de couleurs, notamment.

♦ Pour faciliter la résolution des situations de la vie de tous les jours, la technique consiste en l'utilisation systématique d'une présentation en tableau, soit des tableaux d'inventaire à une ligne (partie-partie-tout), soit des tableaux de proportionnalité à deux lignes (Vigier, 2009, p. 176 et 177).

EXPERIMENTATIONS

<u>Situations de la vie ; correspondances avec les niveaux de l'OCDE</u>

L'OCDE utilise sept niveaux de compétences (de < 1 à 6) dont nous avons établi une correspondance non numérique, par exemple le niveau 1 correspond à notre appellation élève en grande difficulté en calcul (API, p. 1). Les niveaux 1 et 2 correspondent à la résolution de petits exercices donnés dans un contexte précis. Le niveau 1 correspond à des situations familières et le niveau 2 à des situations où un petit niveau de technicité est requis.

Les exercices repris dans notre protocole d'expérimentation correspondent au niveau 1, toutefois le petit texte servant à préciser le contexte n'y figure pas. On peut donc les considérer d'un abord un peu plus difficile que ceux de l'OCDE. Notre épreuve comporte trente items de une à deux lignes, avec une présentation verbale écrite, utilisant des mots simples, le même verbe (habituellement) dans la partie informative et dans la question, sans schéma ni autre explicitation. À cet âge, 16 ans, nous ne testons plus l'addition ni la soustraction. Deux des exemples ont été indiqués ci-dessus et les compétences testées sont recensées dans ce tableau.

Item	Multiplication	Division	Pourcentage	Proportionnalité	Formule	Numération	Distractif
Fréquence	8	8	2	8	1	2	1

Nous enregistrons les réponses conformément à la grille suivante :

Avec une réponse ?	**Avec un calcul ?**	**Avec un tableau ?**	**Résultat attendu ?**	**≥ Niveau 1 (OCDE) ?**
[1 ; 0]	[1 ; 0]	[1 ; 0]	[1 ; 0]	[1 ; 0]

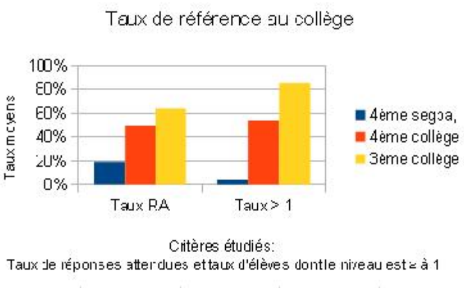
Le niveau 1 est considéré atteint par un élève, lorsque la moyenne des « résultats attendus (RA) » est au moins égal à 50 %. Les taux d'élèves ayant atteint le niveau 1 sont notés (niveaux ≥1) et sont des taux moyens pour une classe. Les taux de réponses attendues (RA) sont aussi les taux moyens pour une classe.
Les douze enseignants des classes concernées par l'expérimentation, Orcet (63), Montguyon (16), Civray (86), Chasseneuil (16), Cognac (16), Tulles (87), ont reçu un protocole d'expérimentation et un rappel des techniques utilisées, qu'ils connaissaient par ailleurs ; la correction a été effectuée par nos soins. Les expérimentations s'étendent sur trois années scolaires, 2009-2010, 2010-2011 et 2011-2012.

Les résultats:

♦ Mesure des taux de référence au collège :
Les 4ème et 3ème Segpa ont été regroupées, les niveaux étant les mêmes.

Figure 3: Tableau et graphique des taux de référence

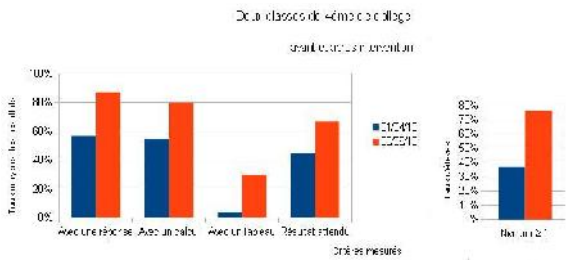
Classe	Nombre d'élèves	Résultat attendu	Taux ≥ 1
4ème et 3ème segpa	72	19 %	5 %
4ème collège	143	50 %	54 %
3ème collège	107	64 %	85 %
Total	322		



♦ Expérimentation en collège

Figure 4: Tableau et graphique de l'évolution de deux classes de 4ème

	Critères mesurés	Taux (%) le 01/04/2010 46 élèves	Taux (%) le 30/06/2010 42 élèves
Ensemble des résultats de la classe	Avec une réponse	57	87
	Avec un calcul	55	80
	Avec un tableau	4	30
	Résultat attendu	45	67
Ensemble des élèves	Niveaux ≥ 1	37	76

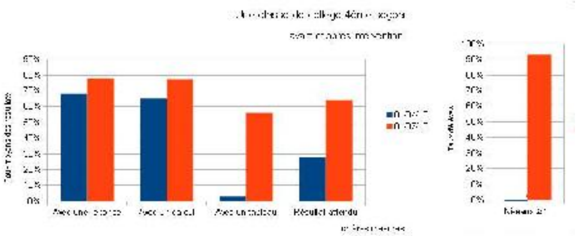


La progression mesurée est notable, les taux rejoignant ceux d'une classe de 3ème.

♦ Expérimentation en collège Segpa

Figure 5: Tableau et graphique de l'évolution d'une classe de 4ème segpa

	Critères mesurés	Taux (%) le 01/04/2010 16 élèves	Taux (%) le 01/07/2010 15 élèves
Ensemble des résultats de la classe	Avec une réponse	68	78
	Avec un calcul	65	77
	Avec un tableau	3	56
	Résultat attendu	28	64
Ensemble des élèves	Niveaux ≥ 1	0	93

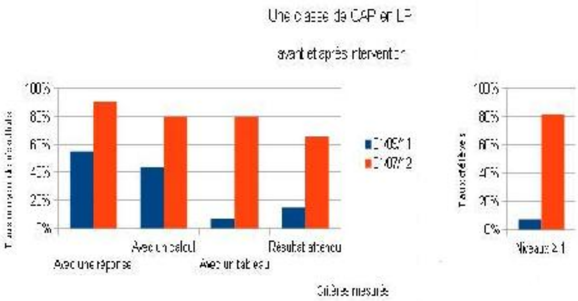


La progression mesurée, obtenue dans un délai court, est surprenante, même pour l'enseignant en charge de la classe, notamment pour le taux d'élèves au moins de niveau 1. L'enseignant explique ces résultats par la grande motivation de cette classe encouragée par les premiers succès. Cette évaluation, effectuée après un stage, confirme la non déperdition dans le temps des compétences acquises.

♦ Expérimentation en Lycée professionnel

Figure 6: Tableau et graphique de l'évolution d'une classe de CAP 1ère année

	Critères mesurés	Taux (%) le 01/09/2011 12 élèves	Taux (%) le 01/07/2012 11 élèves
Ensemble des résultats de la classe	Avec une réponse	55	91
	Avec un calcul	44	80
	Avec un tableau	7	80
	Résultat attendu	15	66
Ensemble des élèves	Niveaux ≥ 1	7	82

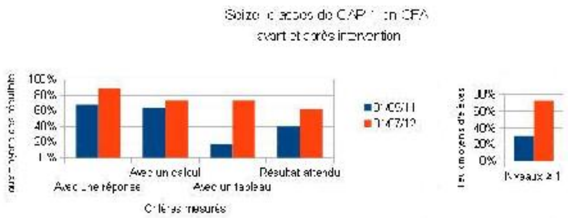


Les progressions mesurées sont très importantes pour des élèves issues de Segpa pour la plupart d'entre eux.

♦ Expérimentation en CFA, seize classes de CAP 1ère année

Figure 7: Tableau et graphique de l'évolution de seize classes de CAP 1ère année

	Critères mesurés	Taux (%) le 01/09/2011 133 élèves	Taux (%) le 01/07/2012 139 élèves
Ensemble des résultats des classes de première année	Avec une réponse	67	88
	Avec un calcul	64	73
	Avec un tableau	17	73
	Résultat attendu	40	62
Ensemble des élèves	Niveaux ≥ 1	30	73

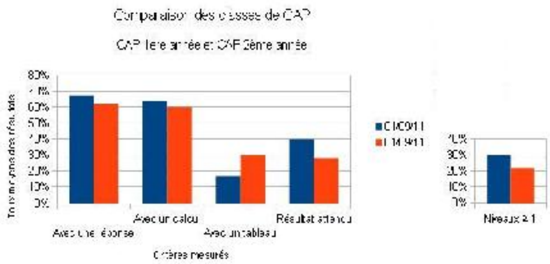


Les progrès sont notables pour tous les critères, et notamment, pour le taux de résultats attendus, de 40 % à 62 %, et surtout pour le dépassement du niveau 1, de 30 à 82 %. Ces élèves atteignent ainsi un bon niveau de classe de 3ème. L'évaluation faite en fin d'année permet d'être assuré de la non-déperdition dans le temps des compétences acquises, ce que confirment les premières mesures effectuées en septembre 2012, non encore toutes disponibles.

♦ Expérimentation en CFA

Figure 8: Tableau et graphique comparant les niveaux de seize classes de CAP 1ère année et de CAP 2ème année

Ensemble des résultats des classes de première année comparés avec ceux des classes de deuxième année	Critères mesurés	Taux (%) le 01/09/2011 133 élèves	Taux (%) le 01/09/2011 94 élèves
	Avec une réponse	67	62
	Avec un calcul	64	60
	Avec un tableau	17	30
	Résultat attendu	40	28
Ensemble des élèves	Niveaux ≥ 1	30	22



Avec une pédagogie classique, aucune amélioration n'est enregistrée entre les compétences des CAP 1er année et des CAP 2ème année en début d'année. Une régression est même notée dans les taux de résultats attendus. Les CAP 2ème année ont suivi une pédagogie classique durant leur première année avec la même équipe d'enseignants. Le nombre d'élèves évalués est conséquent ; ces conditions permettent donc de considérer cet échantillon comme un échantillon témoin.

Les commentaires des enseignants

Les enseignants impliqués confirment les résultats et l'intérêt de l'approche : « Je n'avais jamais obtenu un tel niveau de compréhension avec une classe en dix ans de Segpa » (Segpa, Cognac).
« J'ai noté une nette amélioration après un forcing sur l'usage du tableau » (collège Montguyon).
« Les résultats confirment que l'utilisation de la technique des tableaux est bénéfique pour la totalité des apprentis » (équipe math/sciences CFA, Tulles).

DES RÉSULTATS POSITIFS !

Notre expérimentation semble démontrer que les facteurs génétiques ou environnementaux ne sont pas en mesure d'empêcher un élève, même de Segpa, d'accéder, dans des délais courts ou raisonnables, suivant les savoirs déjà acquis, au socle de base des connaissances et compétences en mathématiques.
La prise en compte par les structures éducatives de cette donnée expérimentale – que Bruner avait déjà annoncée en ces termes : « On peut tout enseigner à n'importe quel élève, quel que soit son âge, sous une forme acceptable » (Bruner, 1996, p. 149) – demandera de nouvelles expérimentations à grande échelle et de la patience pour les applications sur le terrain. Le terme d'innumérisme commence seulement à s'imposer face aux autres désignations catégoriques et sans appel (dyscalculie ou autre). Cette approche par les tableaux pour la résolution de situations arithmétiques de la vie permettrait de surmonter les difficultés d'abstraction. On ne déplace pas le curseur à la marge, il s'agit d'une modification en profondeur des compétences pour les élèves les plus en difficulté. En effet, les différentes catégories, classe de Segpa, classes de collège et classes de CFA, après une progression relative différente pour chacune, se retrouvent finalement au même niveau de mesure que des élèves « normaux » en fin de collège et, de surcroît, sans cette fatalité de l'oubli qui caractérise ces élèves les plus en difficulté.
Contrairement à l'opinion très répandue selon laquelle les efforts doivent être concentrés sur la lecture-écriture en primaire, pour des résultats sur le long terme, les expérimentations que nous avons menées nous laissent penser que des actions en calcul et en maths seraient « rentables » beaucoup plus rapidement et qu'elles pourraient avoir un effet d'entraînement sur les autres disciplines. C'est notre prochain objectif d'expérimentation.

BIBLIOGRAPHIE

ASSOCIATION POUR LA PRÉVENTION DE L'INNUMERISME (API), Commentaires Pisa 2009.
Retrouvé, en novembre 2012, à l'adresse : http://www.ecoavenir.fr/imagesclients/pdf/5844.pdf
BRISSIAUD R., « La psychologie, l'étude des stratégies de résolution des problèmes et l'évaluation en mathématiques à l'école », *Revue APMEP*, 2010, n °488, p. 327-334.
BRUNER J., *L'Éducation, entrée dans la culture. Les problèmes de l'école à la lumière de la psychologie culturelle*, Paris, Retz, 1996.
CHARRON S., KOECHLIN E., Divided Representation of Concurrent Goals in the Human Frontal Lobes, *Science* 328, 360 (2010) DOI: 10.1126/science.1183614.
DEHAENE S., « Le cerveau calculateur », Dossier Math et Psycho, *revue APMEP, 2010, n° 488*, p. 316-323.
DEHAENE S., *La Bosse des maths*, Paris, Odile Jacob, 2003.
ÉDUCATION NATIONALE, DEPP, note d'information, 10-18 octobre 2010.
Retrouvé, en novembre 2012, à l'adresse :
http://media.education.gouv.fr/file/2010/23/9/NIMEN1018_158239.pdf
ÉDUCATION NATIONALE, « Une nouvelle ambition pour les sciences et les technologies à l'école », 31/01/2011.
Retrouvé, en novembre 2012, à l'adresse :
http://www.education.gouv.fr/cid54824/une-nouvelle-ambition-pour-les-sciences-et-les-technologies-a-l-ecole.html
FAYOL M., THÉVENOT C., DEVIDAL M., 2005, « Résolution de problème / Résolution de problèmes arithmétiques », in M.-P. Noël, *Approche neuropsychologique et développementale des difficultés de calcul chez l'enfant*, Marseille, Solal, 2005, p. 17-25.
FELDMAN J., « Condorcet et la mathématique sociale, enthousiasmes et bémols », *Mathématiques et sciences humaines,* 43e année, n° 172, 2005(4).
FISCHER J.-P., « La dyscalculie développementale », *ANAE, juillet 2009*, p. 117-133, p. 179-185.
FISHER J.-P., VANNETZEL L., EYNARD L.-A., MELJAC C., FAYOL M., FLUSS J., SACCHET J., SICLIER J., MIRASSOU A., BILLARD C., VON ASTER M., RUBINSTEIN O., VILETTE B., VIGIER M., « La dyscalculie développementale », *ANAE, juillet 2009*, n° 102, p. 117-185.
FISCHER J.-P., CHARRON C, « Une étude de la dyscalculie à l'âge adulte », étude Insee 2010.
Retrouvé, en novembre 2012, à l'adresse :
http://www.insee.fr/fr/ffc/docs_ffc/ES424-425E.pdf
GENTAZ E., *La Main, le cerveau et le toucher*, Paris, Dunod, 2009.
Retrouvé, en mai 2010, Choix : *Percevoir avec ses mains. Sens haptique,* à l'adresse :
http://webu2.upmf-grenoble.fr/LPNC/LpncPerso/Permanents/EGentaz/web/
OECD (2012), Equity and quality in Education: Supporting Disadvantaged Students and Schools, OECD Publishing, ISBN 978-92-64-13084-5(print), ISBN 978-92-64-13085-2(PDF)
Retrouvé en novembre 2012 à l'adresse :
http://www.oecd.org/edu/preschoolandschool/50293148.pdf
PIAGET J., *Recherches sur l'abstraction réfléchissante - 1/ l'abstraction des relations logico-arithmétiques*, Paris, PUF, 1977.
PIAGET J., *Commentaire sur les remarques critiques de Vygotski concernant le langage et la pensée chez l'enfant et le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, publié en épilogue à Vygotski (L.S.), *Pensée et Langage,* Moscou 1934, censuré en 1936, réédité à Moscou en 1956, traduction Sève (F), Paris, La Dispute, 1997, p. 501-516.
PISA 2006 (Programme international pour le suivi des acquis des élèves), *Les Compétences en sciences, un atout pour réussir*, OCDE ©2007, ISBN 9789264039834.

PISA 2009 (Programme international pour le suivi des acquis des élèves), *Results: What Students Know and Can Do - Student Performance in Reading, Mathematics and Science (volume I); Programme for International Student Assessment.* OECD©2010, ISBN 978-92-64-09144-3 (print), ISBN 978-92-64-09145-0 (PDF).
TOLSTOÏ L.N., Pedagogiceskie stat'i (Articles pédagogiques), Moscou, 1903.
VANNETZEL L., EYNARD L.-A., MELJAC C., « Dyscalculie : une rencontre difficile. Étude d'une population d'enfants consultant dans un centre de référence pour troubles des apprentissages », *ANAE n° 102, juillet 2009,* p. 135-144.
VIGIER (M), *Les élèves en grande difficulté en math : sont-ils dyscalculiques et peuvent-ils bénéficier d'une approche du calcul par tableaux et tableurs,* revue ANAE n° 102, juillet 2009.
VIGIER M., « Dyscalculie ou innumérisme ? Approches de la résolution des problèmes arithmétiques par les abaques », *Bulletin APMEP*, juin 2010, n° 488.
Retrouvé, en mai 2011, à l'adresse :
http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/5478.pdf
VYGOTSKI L.S., *Pensée et Langage*, 1934, Moscou, censuré en 1936, réédité à Moscou (1956), traduction Seve F., Paris, La Dispute, 1997.