QUEL MODELE POUR UN SOCLE COMMUN ACCESSIBLE A TOUS ?

Les neurosciences et les expérimentations condamnent l'abstraction à tout prix.

Abaques et tableurs la solution ?

Table des matières

Mots clés

- Ces mots, à racine bien française, reviennent après un petit détour par l'anglais américain et le français du Québec - :

Littératie : Ensemble des connaissances et compétences de base requises pour utiliser l'information écrite (en anglais, literacy)

Numératie : Ensemble des connaissances et compétences de base requises pour conduire un calcul. (en anglais, numeracy)

Illettrisme : Situation, susceptible d'évolution, des sujets dont la littératie est insuffisante;

Innumérisme : Situation, susceptible d'évolution, des sujets dont la numératie est insuffisante.

La Commission Générale de Terminologie et de Néologie a publié au Journal Officiel du 16 avril 2014

innumérisme, n.m.

Antonyme : numérisme, n.m.
Domaine : Éducation-Formation.
Définition : Incapacité d'une personne à manier les nombres et le calcul dans les situations de la vie courante, même après avoir reçu un enseignement.
Voir aussi : littérisme.
Équivalent étranger : innumeracy.

numérisme, n.m.
Antonyme : innumérisme, n.m.
Domaine : Éducation-Formation.
Définition : Capacité d'une personne à manier les nombres et le calcul dans les situations de la vie courante.
Voir aussi : littérisme.
Équivalent étranger : numeracy.

Résumé des deux premières parties

Les enquêtes nationales ou les Etudes internationales mesurent toutes, en moyenne, une régression du niveau en calcul et en maths pour les adultes et les élèves en France. C'est, maintenant, une certitude. Cette tendance lourde est mise en lumière en comparaison des situations de nos partenaires.

Le quartile des élèves les plus favorisés socialement et économiquement, formé par les enfants des élites, n'est pas encore trop touchée par cette baisse de niveau. Mais, l'Éducation Nationale avoue, elle-même, que le fossé entre les bons élèves et ceux qui sont en échec, se creuse année après année. Bien sûr, cette fracture a une typologie socio-économique marquée. Les enquêtes Pisa, triennales, concernant les adolescents de 15 ans, nous placent en tête des pays où l'inégalité des chances est la plus forte entre les enfants de milieux modestes ou issus de parents immigrés et ceux originaires des classes moyennes ou aisées.

Les résultats d'autres enquêtes complètent ce constat :

L'Éducation Nationale mesure un effondrement des niveaux en maths (Etudes internationales, p. 8), mais, étonnamment, pas en français, à la fin du CM2, entre 1987 et 2007. Le retard, en 2007, serait de plus d'un an par rapport aux écoliers de 1987. Le début de cette baisse remonte à plus de 30 ans. Sans surprise, l'INSEE puis l'OCDE, récemment, dans l'enquête Piaac 2013, montrent que cette régression a, aujourd'hui, des conséquences sur le niveau culturel des adultes de 16 à 65 ans. La France se place en fin de classement des 22 principaux pays de l'OCDE, soit entre la 18ème et la 20ème place, suivant les niveaux. Environ les deux tiers de la population adulte, sont en difficulté, plus ou moins grande, en calcul (Etudes internationales, p. 17) .

L'Université de Washington, dans une autre enquête (Etudes internationales, p. 18-20), situe les compétences requises dans les différents postes de travail. On voit bien, en France, le décalage entre ces deux taux : capacités de l'employé et compétences requises.

Dans la première partie, nous avons fait le point sur ces enquêtes nationales et internationales consacrées à l'innumérisme. Nous avons trouvé un lien entre le dynamisme économique et le niveau culturel d'un pays; nous conjecturons qu'il existe, une corrélation entre déficit culturel et taux de chômage dans les 22 principaux pays de l'OCDE et nous le démontrons. En effet, l'échec en math c'est, souvent, l'échec tout court. Cette situation est un boulet culturel, économique et social pour notre pays (Relation entre innumérisme et chômage).

Nous avons réfléchi, dans la deuxième partie (Constructivisme et boulier didactique), aux conditions d'une bonne transmission des apprentissages fondamentaux à l'école, à la lueur de notre expérience et des enseignements constructivistes du siècle dernier.

Les auteurs cités insistent sur les notions spontanées qui, un siècle après, ne sont toujours pas d'actualité en cycle II de l'école primaire. Les tableaux, le partage équitable, le troc, les proportions dans les gâteaux aux yaourts, sont parfaitement maîtrisés en grande section de maternelle. Ces notions, directement issues des savoirs spontanés, inscrits dans nos gênes depuis des centaines de milliers d'années, disparaissent au cours préparatoire aux dépens de l'apprentissage abstrait de la numération. Elles ne réapparaîtront qu'en CM2, au mieux, et souvent, au collège, seulement. C'est trop tard pour beaucoup d'élèves! Les barreaux de l'échelle logico-arithmétique, parfaitement agencés par l'organisation mathématique du monde ou par l'Histoire, sont brisés; les liens successifs entre ces étapes de construction et le socle des notions spontanées sont rompus; tout devient, alors, abstrait. Nous dépoussiérons, dans le même article, le boulier ancestral (Constructivisme et boulier didactique, § 'la numération positionnelle décimale'), qui devient le « boulier didactique » en couleurs. Ce premier outil s'appuie, comme un levier, sur les premières notions spontanées, ce qui permet la construction des tableaux, du nombre et du calcul tout en respectant la règle « Transition – Généralisation - Représentation » (§ 'Faire du neuf avec du vieux'). Ces premiers barreaux mis en place, il convient, ensuite, d'acquérir, suivant le même modèle psycho-pédagogique, les compétences pour résoudre les situations de la vie du socle commun en primaire et au collège.

C'est ce que nous allons étudier, dans cette troisième partie, à la lueur, cette fois, des avancées, primordiales, bien que récentes, des découvertes en neurosciences. Ces explorations du cerveau conduiraient-elles à une rupture bénéfique dans l'approche pédagogique des premiers apprentissages mathématiques ?

Diversité des approches, enrichissement ou perturbation

Reconnaître un visage

Les études récentes, notamment celle de Johann Fahrenfort[1] concernant la reconnaissance des visages, précisent les contours de la perception consciente. Jean-Claude Ameisen, dans son émission hebdomadaire « Sur les épaules de Darwin », le 9 février 2013, résumait ainsi ce nouveau champ exploratoire : « Dans le doute la conscience s'abstient ». Une perception, visuelle par exemple, active une zone précise du cortex. L'IRM fonctionnel montre que d'autres zones du cerveau, en profondeur, sont « interrogées » pour valider le stimuli initial. Et, surprise, si une partie de l'information n'est pas validée, le sujet n'a pas conscience de ce qu'il a vu. Dans le cas de l'expérience réalisée par Fahrenfort, les deux yeux, isolés par un écran, voyaient le même visage, mais les couleurs différaient, vert sur fond rouge et rouge sur fond vert (figure 1). Le cerveau a bien « vu » le visage sous ses deux versions, mais il ne

1 Fahrenfort J, Snijder T, Heinen K, et coll. Neuronal integration in visual cortex elevates face category tuning to conscious face perception. *PNAS* 2012, 109 :21504-9
Saygin Z, Osher D, Koldewyn K, et coll. Anatomical connectivity patterns predict face selectivity in the fusiform gyrus. *Nature Neuroscience* 2012, 15 :321-7

sait pas qu'il l'a vu. Les images, visage et fond, se fondent en jaune du fait des « selective responses in the ventral visual cortex » (Résumé, in abstract). Ce visage, vu de façon inconsciente car il n'est pas reconnu par les zones profondes du cerveau, ne pourra pas être « compris » ni mémorisé !

Figure 1 : Rendre un visage invisible à la conscience (Dans le doute la conscience s'abstient)

Perception	Œil gauche		Œil droit		Binoculaire	
	Visage	Fond	Visage	Fond	Visage	Fond
Visuelle consciente	Rouge	Vert	Rouge	Vert	Rouge	Vert
Visuelle consciente	Vert	Rouge	Vert	Rouge	Vert	Rouge
Invisible à la conscience	Rouge	Vert	Vert	Rouge	Jaune sur jaune	
Invisible à la conscience	Vert	Rouge	Rouge	Vert		

Une présentation des notions stabilisée ?

Ces conclusions vont remettre en cause la diversité des présentations mathématiques qui, année après année, au lieu d'être un enrichissement pour l'apprenant fragile, ce que nous pensions tous, serait, en fait, une déstabilisation permanente lorsque la notion n'est pas définitivement acquise. Combien de présentations différentes pour chaque notion, les élèves ont-ils subies pendant dix ans à la faveur des changements successifs d'enseignants ? Ainsi, pour la soustraction, doit-on privilégier l'addition à trou, ou l'enlèvement avec reste, la retenue en haut ou en bas ? La multiplication doit-elle être posée à la façon française ou à la grecque ? Les techniques opératoires, avec notamment l'appel aux retenues, ne sont pas comprises, ni mémorisées ; pensons à la soustraction dont une institutrice nous avouait avoir compris le sens de la retenue … lors de son passage à l'ex-IUFM ! La retenue placée en bas avec un décalage de colonne signifie : « ajouter une dizaine au nombre que l'on retranche, c'est comme si on enlevait, au nombre de départ, une dizaine pour alimenter la colonne des unités de dix ». Bien peu d'écoliers peuvent s'approprier cette abstraction au tableau. Pour la multiplication ou la division, ils ne comprennent pas, non plus, les décrochages successifs dans les opérations posées; en effet, la distributivité, à la base de l'explication, n'est étudiée qu'en 5ème. Pour les pourcentages, quelle technique utiliser ? Le coefficient multiplicateur, le passage par la réduction ou l'augmentation ? Un pourcentage, est-ce un seul nombre, ou deux nombres ? Et combien de problèmes avec des énoncés différents peut-on envisager avec les pourcentages ? La réponse est donnée par le rapide calcul d'une combinaison de 5 éléments, taux et montants pris deux à deux C^5_2, soit 10 cas qu'il convient de multiplier par 3 pour tenir compte de la question et encore par 2, pour tenir compte du signe, soit 60 cas possibles ! Soixante techniques différentes ? Beaucoup d'élèves répondent : « Je n'y comprends rien ! » et on les comprend. Dans le cas de la proportionnalité en général il n'y a pas de taux de référence, en l'occurrence le nombre 100 ; le nombre de cas total est de 120 ! Cent vingt techniques différentes ?

Que voyons-nous dans nos écoles et collèges, aujourd'hui ? La constante macabre (1/3;1/3;1/3) d'Antibi[2] s'impose dans les notes, entre 0 et 100, entre 0 et 20, entre A et D. Tous les niveaux sont régulièrement représentés; quel enseignant, en conseil de classe, n'a pas entendu ou dit ces remarques liminaires : « il y a une bonne tête de classe, un tiers des élèves environ; le tiers suivant pourrait mieux faire s'il était moins paresseux; le dernier tiers est en grande difficulté et il devrait changer de voie !». On ne peut pas concevoir, aujourd'hui, une remarque générale du genre : « Tous les élèves de cette classe ont bien compris les calculs de pourcentage et les notes s'étagent entre 16 et 20. » Dans ce dernier cas, quelques lettres suffiraient pour préciser les niveaux, et une seule pour exprimer que le niveau requis n'est pas atteint et qu'il faut recommencer l'apprentissage jusqu'au succès.

Que faire alors pour atteindre ce havre culturel mathématique idéal, caractérisé par une compréhension et une mémorisation optimale chez tous les élèves ? Une **présentation stabilisée** de chaque notion serait-elle la solution pour les élèves en difficulté, et, plus généralement, pour anticiper, chez tous les apprenants, ces mêmes difficultés. Durant les cycles de primaire, dans une même école, ne pourrait-on pas adopter une présentation stabilisée pour aider nos écoliers sur les chemins de l'abstraction ? Si l'on se réfère à l'expérience de Fahrenfort et à l'adage d'Ameisen, ce choix devrait être judicieux ; lorsque la notion sera bien comprise par tous, selon le modèle « Transition - Généralisation - Représentation » (Constructivisme et boulier didactique, § 'Constructivisme et mathématiques') il sera toujours temps, alors, d'envisager toutes les diverses « applications » possibles du programme.

Nous conjecturons que les notions retenues, sur le long terme, seront celles qui auront fait l'objet d'une présentation stabilisée, validée par les zones profondes du cerveau et pour lesquelles il y aura eu prise de conscience, compréhension et, enfin, mémorisation (ordinogramme annexe 2, p. 3). Ce serait faire injure à l'intelligence humaine que de penser qu'une soustraction ou une multiplication, dont les définitions et les techniques opératoires sont stabilisées, pourraient ne pas être comprises par certains écoliers au bout de cinq années de primaire !

2 *La constante macabre*, André Antibi, 2003, édition Math'Adore, ISBN 2-09-899604-7

L'intuition mathématique en question

Systèmes 1, 2 et 3, grand désarroi !

Raisonner et parler, réfléchir à haute voix, c'est le « logos » d'Aristote qui s'oppose aux actions rapides, aux intuitions, aux croyances, aux émotions. Mais le bon sens populaire n'est pas tendre, apparemment, avec ceux qui prennent le temps de raisonner ; il les oppose à ceux qui agissent : on parle de « diseurs » et de « faiseurs ». En effet, il faut au cerveau, en raisonnant, un peu plus de temps pour émettre des hypothèses et les tester : si..., alors ... C'est, cependant, cette démarche qui est la base de la créativité humaine. Selon Daniel Kahneman[3], psychologue, prix Nobel d'économie, les systèmes 1 et 2 sont « les deux vitesses de la pensée », l'intuition, rapide, et le raisonnement logique, plus lent; en les étudiant, Olivier Houdé nous rappelle la distinction entre « l'esprit de finesse » et « l'esprit de géométrie » de Blaise Pascal[4]. Antonio Damasio[5] situe dans le système lymbique profond, mais aussi dans le Cortex paralymbique Préfrontal Ventro-Médian (CPVM), « la capacité d'exprimer et de ressentir les émotions pour nous indiquer la bonne direction[6]». Cette région essentielle fonctionne « comme un guide automatique[4]» entre les systèmes 1 et 2 ou comme une « commande d'arrêt[4] du système 1 ». Houdé constate que peuvent s'insérer des émotions trompeuses provoquant des **biais cognitifs et des erreurs** dans le déroulement du raisonnement logique ou intuitif. « Peut-on, alors, dé-biaiser le raisonnement ? ... Face à la puissance des biais du système 1 (encore les puissances trompeuses de Pascal ...), le combat intuition/logique est inégal et fulgurant[7]». Olivier Houdé démontre ainsi que l'intuition, système 1, est peu compatible avec le raisonnement logique, système 2; le système 3, « exécutif » ou de « résistance cognitive » doit inhiber le premier pour commander au second. Sa conclusion est claire : « La pédagogie doit viser le système 3, dans son rôle exécutif[8]», vicariance entre S1 et S2, mais surtout primauté du raisonnement logique, S2, à la place de l'intuition, S1.

Est-ce surprenant ? Dans la vie de tous les jours, nous savons bien que les meilleures décisions se prennent à froid et non à chaud, en laissant du temps au raisonnement pour éviter la précipitation d'une réaction non réfléchie.

---

3 Kahneman (D), Système 1, système 2 : les deux vitesses de la pensée, Flammarion 2012

4 Houdé (O), Le Raisonnement, Que sais-je ? PUF, p. 7

5 Damasio (A), L'erreur de Descartes : la raison des émotions, Paris, Odile Jacob (1995)

6 Houdé (O), Le Raisonnement, Que sais-je ? PUF, p. 67-69

7 Houdé (O), Le Raisonnement, Que sais-je ? PUF, p. 74

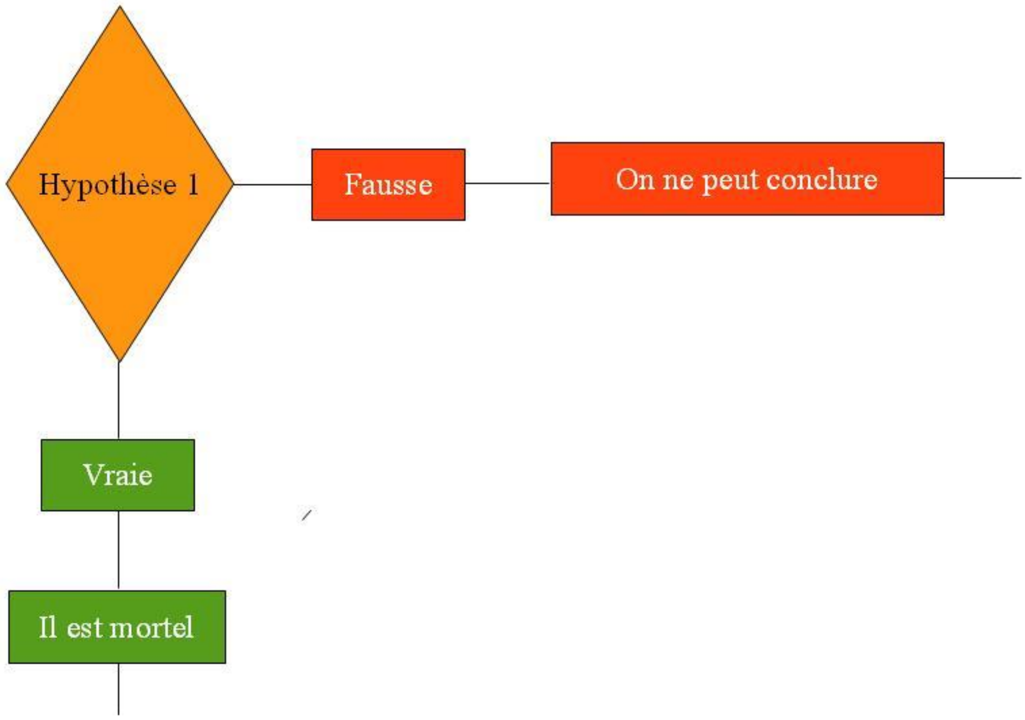
8 Houdé (O), Le Raisonnement, Que sais-je ? PUF, p. 79,

Le raisonnement est déductif ; nous utilisons le syllogisme avec ses deux prémisses et sa conclusion : « Tous les hommes sont mortels, Socrate est un homme, donc Socrate est mortel ». Mais nous utilisons aussi, et surtout maintenant avec l'informatique, le raisonnement conditionnel qui sous-entend une des prémisses « Tous les Hommes sont mortels ». C'est le test logique représenté dans les ordinogrammes qui comprend en fait 2 propositions (figure 2) :

« Si Socrate est un homme (hypothèse 1 vraie), alors il est mortel »

« Sinon (Socrate n'est pas un homme, hypothèse 1 fausse), alors 'autre chose' ou 'on ne peut pas conclure'»

Figure 2 : Test logique en utilisant les symboles conventionnels d'ordinogramme



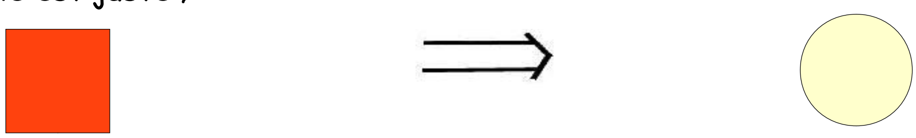
Réfléchissons sur quelques exemples

Prenons l'exemple choisi par Olivier Houdé (p. 15) :

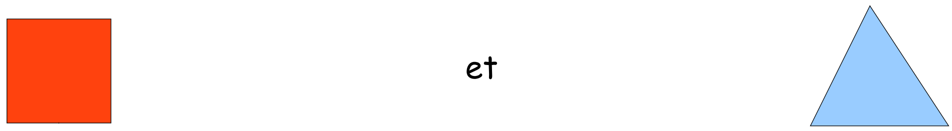
Premier cas:

« s'il y a un carré rouge à gauche, alors il y a un cercle jaune à droite »

La règle est juste ;

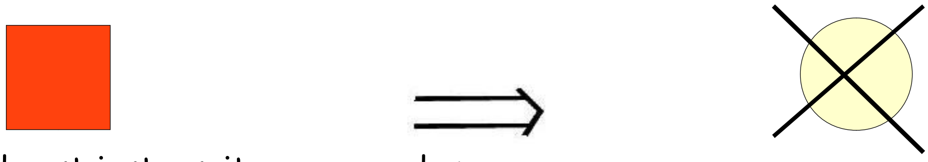


Rendre la règle fausse, soit, par exemple :

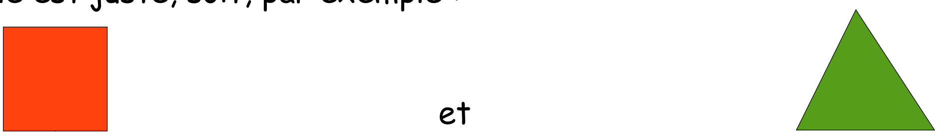


Deuxième cas :

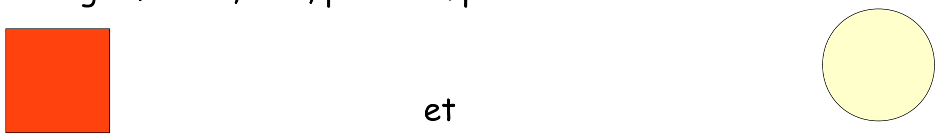
« s'il y a un carré rouge à gauche, alors il n'y pas de cercle jaune à droite »



La règle est juste, soit, par exemple :

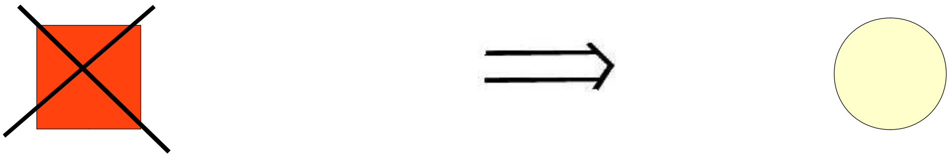


Rendre la règle fausse, soit, par exemple :



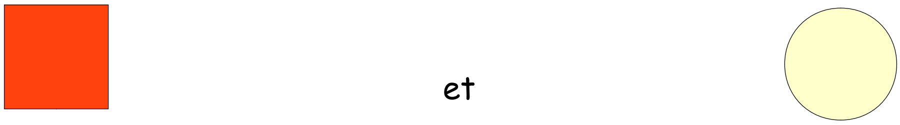
Troisième cas :

« s'il n'y a pas un carré rouge à gauche, alors il y a un cercle jaune à droite »



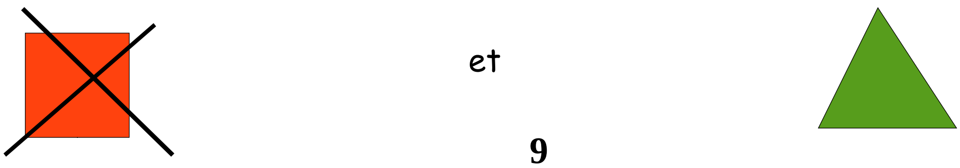
Rendre la règle fausse :

Que dire de la proposition suivante ?



95 % des personnes interrogées choisissent cette réponse, mais, c'est un « biais ».

Il aurait fallu répondre, par exemple,



La table de vérité Vrai (V) et Faux (F) est VV, VF, FV FF mais dans le cas de l'hypothèse considérée il n'y a que deux cas de figure, VV et VF, sinon c'est la règle envisagée qui est fausse et la logique mathématique qui n'est pas respectée. Dans ce cas particulier, nous n'avons pas rendu la règle fausse, nous avons modifié la proposition initiale. Notre cerveau n'aime pas les propositions négatives et modifie la règle. C'est une émotion trompeuse et Olivier Houdé nous en rapporte un grand nombre[9] , notamment celles qui ont déjà été présentées par Kahnemann; citons les roses fanent vite (p. 51), les éléphants sont lourds, le personnage fictif Linda étudiante engagée à gauche (p. 58), Steve le méticuleux (p. 60), les décisions médicales ou financières (p. 62), la roue de la fortune (p. 93). Dans ces derniers cas, les stéréotypes s'imposent trop vite, les principes probabilistes des classes emboîtantes et emboîtées ne sont pas respectés. Ainsi, pour Linda, l'étudiante très engagée à gauche, peut-on dire, par un calcul probabiliste approché, qu'elle a plus de chance de devenir « employée dans une banque ou employée dans une banque et militante féministe ? ». Les étudiants répondent de façon erronée « employée - féministe » à 80 % !

Et en maths, comment procédons-nous ?

A la lueur de ces explications, que devient notre intuition mathématique sur laquelle nous comptons tant ? Elle est la somme de notre expérience mais aussi des stéréotypes, des biais cognitifs et des erreurs qui se sont accumulés. Elle ne remplace pas le raisonnement; il y a, même, une dichotomie entre les deux modes de pensée. C'est l'un ou c'est l'autre. Il ne faudrait pas compter sur l'intuition, il faudrait même favoriser la « résistance cognitive » pour que le raisonnement s'impose à tous, équitablement. Les raccourcis intuitifs des bons élèves expérimentés seraient donc à proscrire, au moins en classe. Est-ce notre façon de faire à l'école ? « Qui veut passer au tableau ? » La réponse du bon élève, très réactif, est transcrite au tableau ; elle satisfait l'enseignant et le reste de la classe recopie … très souvent sans comprendre ! Faut-il niveler par le haut ou par le bas ? Faut-il sortir de cours les élèves en difficulté pour un soutien basique, ou les bons élèves qui seront conviés à aller plus loin ?

L'intuition mathématique permet la sélection entre les bons élèves expérimentés, donc intuitifs, et les mauvais élèves, inexpérimentés et donc peu réactifs et peu intuitifs. Nous retrouvons la constante macabre. L'école élitiste fonctionne ainsi en faisant appel au système intuitif S1. Et si, en leur procurant les bons outils qui permettent la démarche logique, le système S3 de «résistance cognitive », privilégiant le raisonnement S2, s'imposait à tous les élèves ? Se pourrait-il qu'il y ait un rééquilibrage des chances au profit des plus faibles, qui ont moins de bagage mais autant de capacité à raisonner ? Ce serait un changement de paradigme !

9 Houdé (O), Le Raisonnement, Que sais-je ? PUF, p. 58-70

Processus de raisonnement

Masculin ou féminin, le cerveau est bien monotâche !

Étienne Koechlin (Ens/Inserm) montre expérimentalement[10] que le cerveau fonctionne en monotâche. Une tâche est prise en charge par le lobe gauche, puis 5/1000 de seconde après, une deuxième tâche peut être prise en charge par le lobe droit. Au delà, une troisième tâche, par exemple, prendra la place de l'une ou l'autre des tâches précédentes.
Par ses conséquences dans la vie de tous les jours, cette découverte scientifique est de la plus grande importance ; elle va modifier notre environnement et les interfaces homme-machine; le téléphone au volant en est une illustration bien connue. Les fabricants d'avions envisagent aussi un récapitulatif visuel des informations de vol essentielles, sur un seul écran, pour contrer les phénomènes de « tunnellisation » ou de « persévération », en cas de stress, qui semblent à l'origine d'accidents récents. Les longues « check lists » ou procédures de vol trouvent leurs limites, puisque le cerveau peut se « bloquer » sur une tâche. Je perds de l'altitude, donc je tire sur le manche, alors que le respect des procédures montrerait que je suis en décrochage et que les actions à effectuer devraient être tout autre ...

Quelles sont les conséquences de cette découverte en maths ?

Un petit énoncé de deux lignes d'une situation de la vie, débouchant sur une multiplication, une division ou une proportionnalité plus générale, c'est au moins 23 paliers d'abstraction, qui devront être vérifiés ou validés dans l'ordre et, même, 864 solutions possibles (figure 3). Pour tenir compte des doublons, nous retiendrons seulement (!) « plusieurs centaines de solutions ».

10 Charron (S) et Koechlin (E), *Divided Representation of Concurrent Goals in the Human Frontal Lobes*, Science 328, 360 (2010) DOI: 10.1126/science.1183614
Koechlin (E), *Les hommes sont-ils monotâches*, Pour la Science , N° 403, mai 2011.

Figure 3 : Procédure à suivre dans la résolution d'une situation de la vie (problème arithmétique)

N° de l'étape	Intitulé de l'étape	Cas possibles	Validation étape
1	Lire l'énoncé	1	Oui / Non
2	Interpréter les nouveaux mots inconnus	n	Oui / Non
3	Interpréter, imaginer et comprendre la situation	∞	Oui / Non
4	Repérer la question	1	Oui / Non
5	Repérer les informations utiles ou inutiles	n et n'	Oui / Non
6	Repérer les grandeurs et leur nombre	1 ou 2	Oui / Non
7	Rechercher les nombres, quantités, mesures des grandeurs, écrits en chiffres	2 ou 3	Oui / Non
8	Rechercher les nombres, quantités, mesures des grandeurs, écrits en lettres	2 ou 3	Oui / Non
9	Repérer les pièges lexicaux (ex. le mot « chaque » à la place de un ou de 1)	n	Oui / Non
10	Représenter la situation par un schéma	-	Oui / Non
11	Désigner, nommer les grandeurs	-	Oui / Non
12	Organiser les données numériques	864 (calculs et analyse combinatoire en annexe)	Oui / Non
13	Choisir l'opération N° 1 entre deux nombres		
14	Choisir l'opération N° 2 entre deux nombres		
15	Choisir l'ordre de l'opération N° 1		
16	Choisir l'ordre de l'opération N° 2		
17	Ecrire symboliquement les opérations	n	Oui / Non
18	Effectuer le calcul	1	Oui / Non
19	Choisir l'unité	1	Oui / Non
20	Ecrire le résultat	1	Oui / Non
21	Ecrire la réponse	1	Oui / Non
22	Vérifier le résultat	n	Oui / Non
23	Vérifier la concordance de l'ordre de grandeur	n	Oui / Non

Comment les élèves doivent-ils s'y prendre ?

Le respect strict de la procédure précédente dans le cadre du fonctionnement monotâche du cerveau n'est pas envisageable : il faudrait passer en revue chacune des étapes et pour un seul exercice, l'heure n'y suffirait pas !

Un bon élève est, souvent, un élève dont l'environnement familial et social a été favorable ; il est expérimenté car il s'est exercé avec de nombreux exercices ; il reconnaît une situation proche des situations déjà étudiées, pour lesquelles des techniques apprises le mettent sur la voie de la réponse. C'est donc son intuition qui va entrer en jeu.

Un élève en difficulté, très peu expérimenté, évalue d'instinct la hauteur du mur à construire. Il sait qu'il ne possède pas d'outil efficace; il se trouve devant une impossibilité ; il ne posera même pas la première brique. Pas de procédure, pas d'outil, pas ou peu d'intuition, il est « bloqué ». Il ne répondra pas ou, alors, s'en remettra au hasard, comme le montre cet exemple, très habituel : « Vite, ma calculatrice, un grand nombre, un petit nombre ? Je divise ! » Là aussi faudrait-il prévoir un récapitulatif visuel, comme en aviation ?

Les modes de fonctionnement du cerveau

Le « mode par défaut »

Par la vue nous reconnaissons un objet, un visage en moins d'un dixième de seconde. Cette latence courte est expliquée par une reconstruction de la réalité à partir de données relatives à des expériences antérieures ou des émotions mémorisées qui seraient en quelque sorte validées par celles issues de l'analyse des données sensorielles de l'instant présent. La vue, ce n'est pas seulement la réponse à des stimuli sensoriels. Les expériences passées d'un cerveau mature sont essentielles. A l'IRM fonctionnel, lors de multiples expériences, il a été démontré que des réseaux cérébraux sont activés de façon presque identique que le sujet soit au repos, les yeux fermés, ou qu'il reçoive une stimulation visuelle. Le cerveau est « en mode par défaut » comme l'expose la journaliste Anne Lefèbvre-Balleydier avec Alain Destexhe[11], chercheur au CNRS. Cette découverte est déjà ancienne. Un exemple peut nous aider à la compréhension du phénomène : Vous avez déjà beaucoup d'expériences de voyages. Vous allez ouvrir une porte donnant sur une rue, à New-York, à Londres ou à Paris. Le cerveau anticipe, avant l'ouverture de la porte, la situation à venir en vous préparant l'image d'une rue avec des immeubles à grande hauteur et des taxis jaunes à New-York, des maisons en brique, avec des portes colorées et vernies à Londres, des immeubles haussmanniens à Paris. La vue, après l'ouverture de la porte, ne fera que confirmer ou infirmer les détails de l'image préparée.

Le « mode automatique »

On peut lier cette caractéristique de fonctionnement du cerveau à l'automatisme mis en évidence dans les années 1980. Benjamin Libet montrait que l'action pouvait précéder la conscience ou le sentiment de la décision[12]. Gilles Lafargue et Angela Sirigu[13] refont l'expérience[14] avec des électrodes (figures 4 et 5). De nombreuses

11 Destexhe (A), *Le cerveau construit le monde de l'intérieur,* Revue La Recherche, juillet-août 2013, n° 477, p. 64-67

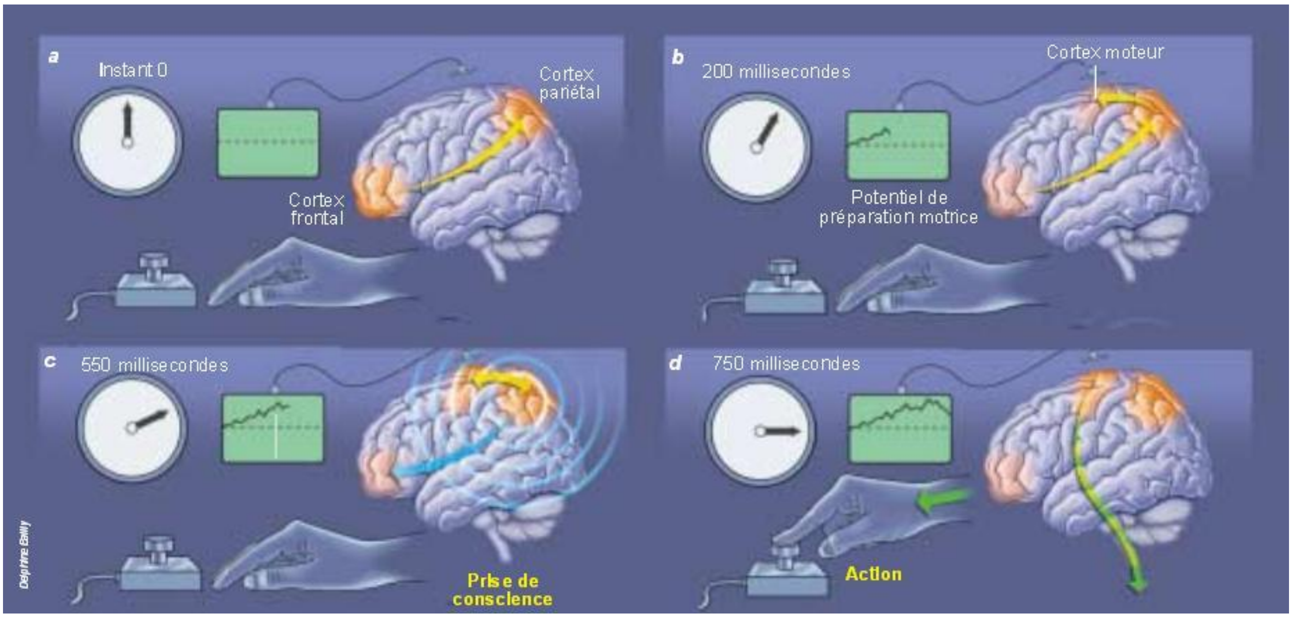
12 Libet (B), *Sciences et Vie, hors série* septembre 2011, p. 124
Science & conscience, avril 2014, p. 44

13 Angela Sirigu, directeur de trecherche au CNRS, Institut de neurosciences cognitives à Lyon
Gilles Lafargue, psychologue, docteur en neurosciences, Université Paris 13 Villetaneuse

14 Lafargue (G), Cerveau & Psycho, N° 6, juillet 2011, p. 78-83

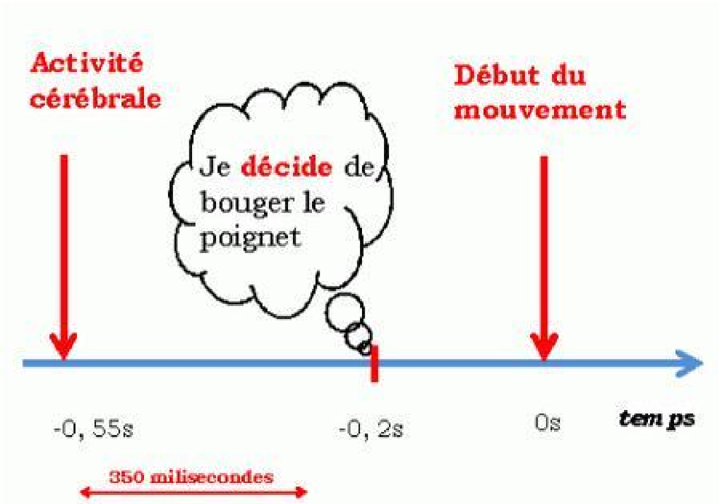
expériences récentes, rappelées par Marcus Raichle, à l'aide des nouvelles machines d'imagerie médicale fonctionnelle, confirment la validité de l'hypothèse.

Figure 4 : Vouloir sans le savoir[14], processus expérimental de Gilles Lafargue



Les trois étapes : Un signal neuronal, le potentiel de préparation motrice, est émis (b) indépendamment de notre conscience (c) et, ici, 350 ms avant, le mouvement intervenant 200 ms plus tard (d)

Figure 5 : Vouloir sans le savoir, schéma simplifié



En maths, tirons-nous parti de ces modes de fonctionnement ?

Qu'est ce que le cerveau d'un élève peut bien préparer avant la présentation sous forme d'un énoncé verbal, écrit ou oral, d'une situation mathématique de la vie prise parmi … une infinité d'autres situations ? Rien, bien sûr, sauf à reproduire un exercice étudié la veille. Des outils standards, permettraient-ils d'utiliser ou de valoriser ces fonctions préparatrices des perceptions ou des actions commandées par le cerveau ?

Les perspectives de changement

L'échec en maths

Faut-il se résigner devant les constats accablants de l'OCDE, de l'EN de l'INSEE, que nous avons largement étudiés dans la partie 1, MathemaTICE, innumérisme et chômage, et dans de nombreuses publications depuis plusieurs années avec un rappel dans Etudes internationales ?

Figure 6 : Tableau récapitulatif des difficultés en France

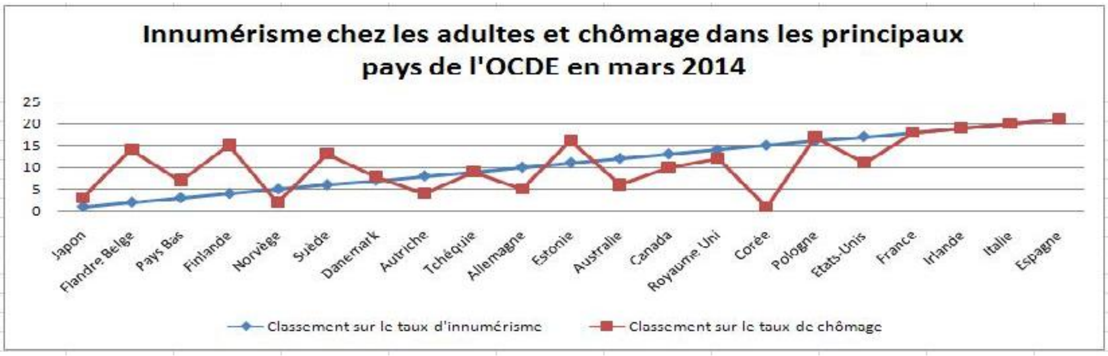
Niveaux Piaac ou Pisa	<1	<1 et 1		<1, 1 et 2
Notions en cause	Numération	Les 4 opérations		Proportionnalité (dont %, fractions)
Niveaux des difficultés API	ETGDC	EGDC		EDC
Notions selon Handel	Numération,	Add.-Soust.	Mult. - Div.	Proportionnalité
Niveaux des compétences API		A	B	C
Niveau innumérisme	4	3	2	1
Taux jeunes innumérés * (%)	8,7	22,4		44,5
Taux adultes innumérés (%)	9,1	28		61,8

* Taux OCDE, Pisa 2012

** Taux OCDE, Piaac 2013

Faut-il accepter que le développement économique du pays soit obéré par le déficit culturel important par rapport à nos principaux partenaires, une Relation entre innumérisme et chômage étant établie dans le graphique ci-dessous ?

Graphique 1: Classements[15] comparés des principaux pays de l'OCDE [16](*) (**)



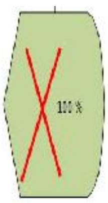
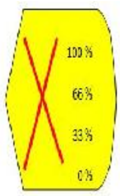
15 Michel Vigier, La France handicapée du calcul, vaincre l'innumérisme pour sortir du chômage, Editions Atlantico-Eyrolles, Juin 2014

16 2 pays ont des classements atypiques explicables: La population âgée de Corée du Sud a un taux d'innumérisme élevé compte tenu du décollage culturel récent de ce pays ; le taux de chômage correspondant à l'ensemble de la Belgique retenu est moindre pour la Flandre Belge seule.

Peut-on continuer à trier les élèves sur une échelle de 0 à 20, selon la répartition de la constante macabre[2] et ainsi stigmatiser les mauvais élèves, qui seraient «moins intelligents », plus «limités», plus « paresseux » et qu'il faudra «orienter», bien sûr, en LP ou en CFA ? La remise en cause de l'environnement pédagogique, qui serait le vrai siège de l'intelligence d'un individu, est pointée du doigt par Bruner[17] mais ce n'est toujours pas d'actualité à l'école.

En outre, si les hypothèses déduites des avancées en neurosciences de Fahrenfort, de Houdé, de Koechlin, de Raichle sont valides, peut-on espérer que l'enseignement en mathématiques puisse toucher efficacement la totalité des apprenants sans changer complètement d'approche ? Est-il possible d'imposer des présentations de notions non stabilisées ou évolutives années après années, au gré des dix changements de professeurs entre la Grande Section de maternelle et la fin du collège ? Privilégier l'intuition par rapport au raisonnement, ne pas tenir compte du fonctionnement monotâche et des automatismes du cerveau, ne conduit-il pas au blocage ou, au mieux, à une répartition probabiliste des résultats selon la constante macabre (figure 7 et ordinogramme en annexe 2). Nous sommes dans cette situation, aujourd'hui, en France; l'élite des élèves est issue de l'élite de la nation qui prodigue à ses enfants, les éléments d'un environnement familial favorable. Donc, seule cette élite scolaire bénéficie de la « pédagogie implicite »[18] déjà dénoncée par Bourdieu en 1970. Tous les autres seraient-ils programmés, involontairement, au nom de la sélection, à être plus ou moins en échec scolaire en maths ? La « Reproduction[18] » sélective des élites d'un côté et des classes populaires de l'autre s'amplifierait ainsi !

Figure 7 : Symboles apparaissant dans l'ordinogramme en annexe

Situation de blocage	Constante macabre
	

Les erreurs pédagogiques

Dans les années 1980, le comptage-numérotage introduit en maternelle et la disparition de la règle de trois ont précédé l'effondrement des niveaux mesurés à partir de 1987 à l'école primaire. Les apprentissages basés sur la mémoire déclarative, le recours à l'abstraction sans le cadre d'un modèle constructiviste, le symbolisme à outrance s'éloignant de plus en plus des représentations concrètes,

17 Bruner (J), L'éducation, entrée dans la culture. Les problèmes de l'école à la lumière de la psychologie culturelle. Retz : Paris, 1996, p.149
18 Bourdieu (P), La reproduction, Paris, Editions de minuit, p. 66

complètent « ce tableau noir » déjà décrit.
Les chercheurs comme Fischer, Brissiaud, Vigier pointent du doigt ces graves erreurs pédagogiques[19].

La liberté pédagogique des enseignants est précieuse, mais pour une plus grande efficacité, ne faudrait-il pas introduire des règles spécifiques aux mathématiques et des formations tenant compte des impératifs pédagogiques nouvellement apparus avec les avancées en neurosciences ?

Une nouvelle approche

La dyscalculie n'existant pas, l'hypothèse de départ est celle adoptée par Bruner «On peut tout enseigner, à n'importe quel élève, quel que soit son âge, sous une forme acceptable.[20] » C'est d'autant plus vrai qu'en maths, il s'agit d'une construction linéaire ne demandant pas de gros efforts de mémorisation. L'échelle logico-arithmétique (annexe 1) des 80 notions ou compétences du socle commun, 40 en primaire, 20 de plus pour les deux premières années du collège et 20 de plus pour l'algèbre de fin de collège. La progression sur l'échelle s'effectue selon le modèle constructiviste, Transition – Généralisation – Représentation, déjà présenté dans la partie 2[21]. Les "notions spontanées" [22] permettent de construire les premiers tableaux que nous décrivons dans le livre « Méthode des Abaques [23]» et dans le livret du tuteur, et ceci dès le CP : nul besoin de faire le forcing pour apprendre, ensuite, à utiliser les tableaux d'inventaire, les tableaux de partage équitable, le troc; ils en connaissent déjà le principe ! La recette du gâteau aux yaourts, découverte dans toutes les Grandes Sections semble ne plus être maîtrisée lorsqu'elle est présentée sous forme verbale écrite, par exemple lors de l'évaluation nationale facultative de 2013 en CM2. La construction du nombre[24], de chaque nombre à partir de trois, ne présente aucune difficulté avec le boulier didactique qui prend exactement la suite des doigts et des mains. Les retenues apparaissent pour chaque opération et éclairent, enfin, ces abstractions complexes et ces automatismes difficiles à comprendre à 7-8 ans. Ce premier outil concret est utilisable en primaire mais aussi au collège pour les décimaux. Ensuite les deux autres outils, plus formels eux, les tableaux [Partie-Partie-Tout][25] et de [Proportionnalité Court] permettent de construire toutes les notions arithmétiques et de géométrie calculatoire, jusqu'à la fin du collège, sans aucune exception (Tableaux , p. 6 et 7 et annexe 3). Dans l'ouvrage "Méthode des

19 § La numération positionnelle - ce qu'il ne faut pas faire
20 Bruner (J), L'éducation, entrée dans la culture. Les problèmes de l'école à la lumière de la psychologie culturelle. Retz, 1996 p.149
21 § Constructivisme et mathématiques – Les auteurs du siècle dernier à la mode
22 § La numération positionnelle – les notions spontanées
23 Vigier (M), Berland (P), Caillon (N), Leclère (JP), Lorriaux (J), Vila (B) ; Méthode des Abaques ; coédition Editions Abacus et Editions Fabert, 2012 ; www.editions-abacus.com
24 § La numération positionnelle décimale – Le vieil outil dépoussiéré
25 Les axiomes d'Euclide repris par Gérard Vergnaud en beaucoup plus compliqué : http://www.iensaverne.site.ac-strasbourg.fr/IMG/pdf/la-typologie-de-Vergnaud.pdf

Abaques", édité par l'Association pour la Prévention de l'Innumérisme, ces techniques, agrémentées d'un aperçu historique en bande dessinée, y sont largement décrites.
Ces trois outils permettent de respecter, pour chaque notion, les trois étapes du modèle constructiviste. En outre, introduits de façon empiriques, ils sont justifiés, aujourd'hui, par les découvertes récentes : trois présentations stabilisées, trois aides au raisonnement, récapitulatifs visuels d'un énoncé verbal difficile à déchiffrer, par une procédure mentale longue, pour nos cerveaux monotâches (Annexe 3). C'est, enfin, trois formes, seulement, parfaitement identifiables et utilisables par les automatismes du cerveau. Plus de blocages et plus de répartition des résultats selon la constante macabre. C'est ce que montrent les expérimentations pilotes en collège , CFA, ou LP.

Le « démonstrateur 2014-2016 »

Une expérimentation en collège et dans les formations par alternance

Les résultats obtenus, en remédiation, avec quelques centaines d'élèves de 2010 à 2012 doivent être confirmés à grande échelle. C'est l'objectif du « démonstrateur 2014-2016 » qui sera mis en place, dès septembre 2014, par l'Association pour la Prévention de l'Innumérisme. L'association se propose d'analyser les résultats d'expérimentation avec, cette fois, plusieurs milliers d'élèves, issus de CFA, de LP, de collège. Cette action devrait prouver que l'on peut agir, au plan national, sur le court terme.

Et pour l'école ?

Un volet du « démonstrateur 2014-2016 » concerne l'apprentissage initial avec le boulier didactique en CLIS, CP, CE et les tableaux en CE et CM.

La priorité ce n'est plus seulement l'illettrisme, la lecture – écriture, comme le rappelle la loi de 2013, dans son article 9, mais bien l'illettrisme **et** l'innumérisme. L'effort doit porter, maintenant, sur le calcul !

Les objectifs TICE

En 2014 la calculatrice de poche n'a plus sa place dans l'éducation de nos enfants. Cet outil est réducteur et complètement dépassé. Y aurait-il une intention de prolonger encore un peu un « jack pot » de la part des grandes marques ? L'approche par les tableaux s'effectue avec les outils tableurs, dès la fin du primaire.

Jean-Michel Besnier, professeur de philosophie des technologies de l'information et de la communication à Paris-Sorbonne, dénonce dans son dernier ouvrage, 'L'Homme simplifié' [26], « les logiciels dits éducatifs qui se limitent à des questionnaires à choix

26 Besnier (JM), Le monde numérique simplifie la pensée, *La Recherche, février 2014, N° 484, p.76*

multiples. Ils risquent de développer une pensée automatique proche du réflexe. C'est le contraire de ce qu'on attend d'outils pédagogiques destinés à développer le jugement et l'aptitude à transférer les savoirs d'un domaine à l'autre. » Nous retrouvons dans cet avertissement l'intuition condamné par Houdé.

En attendant un projet numérique de grande ampleur, sur lequel nous travaillons, le tableur informatique évite les deux écueils cités ci-dessus.

Les associations pour la prévention de l'innumérisme

L'association nationale essaime en différentes associations locales qui peuvent intervenir en formation[27] de tuteurs et d'enseignants. Elles sont aussi les partenaires[28] des mairies ou d'autres associations, dans le cadre des activités périscolaires, notamment en utilisant les bouliers didactiques[30] avec les écoliers de primaire.

Conclusion et propositions

La France est pessimiste, son économie est à la traîne, le chômage ne recule pas. Serait-ce dû au déficit culturel qui s'est creusé, à son insu, depuis 30 ans ? Serait-ce dû à l'ampleur de l'innumérisme qui empêche ses citoyens de se projeter dans le futur, de posséder les ordres de grandeur, d'être à l'aise dans les calculs de pourcentage ? Cette situation se traduit, indéniablement, par un sentiment d'échec chez une majorité de jeunes se disant « nuls en maths ». Quel coût pour l'économie, en perte de dynamisme, en frilosité, pour créer une entreprise ou pour reprendre celle de son patron partant à la retraite ? En préambule des rapports Pisa et Piaac, l'OCDE nous rappelle qu'une économie moderne ne peut pas fonctionner avec de tels résultats en numératie. En tous cas la situation est suffisamment grave pour que les décideurs soient partout alertés sur les compétences en mathématiques de la population.

Le démonstrateur 2014-2016, dont les premiers résultats seront connus en juin 2015 apportera des éléments, que nous espérons probants, sur les solutions simples qui pourraient être mises en œuvre rapidement pour un redressement à court terme.

Michel Vigier,

ingénieur ENSC Clermont Ferrand, professeur de mathématiques

Président Association pour la Prévention de l'Innumérisme

L'Homme simplifié, Fayard, 2012

27 www.editions-abacus.com

28 www.api-idf.fr

Bibliographie:

API, Association pour la Prévention de l'Innumérisme, Étude sur les dernières enquêtes Pisa 2012, Piaac 2013, INSEE 2012 ; La référence (API, p. XX) renvoie à cette étude complète

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9534.pdf

Charron (S) et Koechlin (E), Divided Representation of Concurrent Goals in the Human Frontal Lobes, *Science 328*, 360 (2010) DOI: 10.1126/science.1183614

Koechlin (E), Les hommes sont-ils monotâches, Pour la Science , N° 403, mai 2011.

Destexhe Aain, Le cerveau construit le monde de l'intérieur, *Revue La Recherche*, juillet-août 2013, n° 477

Fahrenfort J, Snijder T, Heinen K, et coll. Neuronal integration in visual cortex elevates face category tuning to conscious face perception. *PNAS* 2012, 109 :21504-9

Saygin Z, Osher D, Koldewyn K, et coll. Anatomical connectivity patterns predict face selectivity in the fusiform gyrus. *Nature Neuroscience* 2012, 15 :321-7.

Fischer (JP), Vannetzel (L), Eynard (LA), Meljac (C), Fayol (M), Fluss (J), Sacchet (J), Siclier (J), Mirassou (A), Billard (C), Von Aster (M), Rubinstein (O), Vilette (B), Vigier (M), La Dyscalculie Développementale, *revue ANAE* juillet 2009.

Fischer (Jean-Paul), Que sont nos tables devenues, *Psychologie et Education*, pp. 97-109, 2012-4

OECD (2013), OECD Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills, *OECD Publishing.*

http://dx.doi.org/10.1787/9789264204256-en

Lien vers l'OCDE et les rapports Pisa,

http://www.oecd.org/pisa/

le rapport complet, en anglais, Pisa 2012,

http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf

le rapport résumé, en français,

http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-volume-I-FR.pdf

Lefebvre-Balleydier, Le cerveau construit le monde de l'intérieur, *Revue La Recherche*, juillet-août 2013, n° 477

Petit (S), Nimier (J), Eynard (LA) et al, Fischer (JP), Vigier (M), Dehaene (S), Brissiaud (R), Mongeau (M) ; Math et Psycho, *Bulletin Vert de l'APMEP*, juin 2010

Vannetzel (L), Dionnet (S), Fischer (JP) & Marechal-Nicolas (M), Brissiaud (R), Vigier (M), Conne (F), Desmet (L) & Mussolin (C), Chazoule (G) & Thevenot (C) & Fayol (M), Bernardeau (C) & Devaux (MC) & Josso-Faurite (C) & Scalabrini (J), Duquesne (F) & Marchand (MH), Gauvrit (N), Dias (T) & Deruaz, Guedin (N), Meljac (C) & De Barbot (F), Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths, *revue ANAE* décembre 2012.

Vigier (M), Les élèves en grande difficulté en calcul (EGDC): Sont-ils dyscalculiques et peuvent-ils bénéficier d'une approche du calcul par tableaux et tableurs, *revue ANAE* 102, p 171-178, juin 2009

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/5500.pdf

Vigier (M), Dyscalculie ou Innumérisme, *revue Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* N° 488, p 307-311, avril 2010

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/5478.pdf

Vigier (M), L'innumérisme, de quoi parle-t-on, *revue ANAE* décembre 2012

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9575.pdf

Vigier (M), Étude API sur les enquêtes Pisa, Piaac, INSEE, 2013-2014

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9534.pdf

Page 2 : Lien vers Publication ANAE N° 102 (205 ko)

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9538.pdf

Page 3 : Lien vers les expérimentations et découvertes scientifiques (364 ko)

http://www.ecoavenir.fr/imagesclients/pdf/8169.pdf

Partie 1: Innumérisme et Chômage dans les pays de l'OCDE:

http://revue.sesamath.net/spip.php?article623

Partie 2: Modèle psycho-pédagogique, constructivisme et construction du nombre avec le boulier :

http://revue.sesamath.net/spip.php?article639

Boulier virtuel

http://www.cours-de-maths-internet.fr/le-boulier.html?PHPSESSID=alssi43mkj33gi9fo3pkh2nm30

Liste des pdf téléchargeables

www.innumerisme.com

Page 1 : Lien vers Etudes Pisa 2012, EN et INSEE (1,2 Mo)

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9534.pdf

Page 2 : Lien vers Publication ANAE N° 102 (205 ko)

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9538.pdf

Page 3 : Lien vers Publication APMEP N° 488 (4,7Mo)

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/5478.pdf

Page 4 : Lien vers Publication ANAE N° 120-121 (61,7 ko)

http://www.innumerisme.com/imagesclients/pdf/9575.pdf

http://www.innumerisme.com

www.cours-de-math.org

Page 1 : Lien vers la synthèse des actions V

http://www.ecoavenir.fr/imagesclients/pdf/5844.pdf

Page 2 : Lien vers la France vampire de ses jeunes

http://www.ecoavenir.fr/imagesclients/pdf/9665.pdf

Page 3 : Lien vers les expérimentations et découvertes scientifiques (364 ko)

http://www.ecoavenir.fr/imagesclients/pdf/8169.pdf

Page 4 : Lien vers le livret du tuteur pas à pas (4,3 Mo)

http://www.ecoavenir.fr/imagesclients/pdf/9228.pdf

Site de Paris :

http://www.api-idf.fr

http://www.ecoleduboulier.com

MathemaTICE 0514:

Partie 1: Innumérisme et Chômage dans les pays de l'OCDE:

http://revue.sesamath.net/spip.php?article623

Partie 2: Modèle psycho-pédagogique, constructivisme et construction du nombre avec le boulier :

http://revue.sesamath.net/spip.php?article639

Site de référencement

www.cours-de-maths-internet.fr

Boulier virtuel

http://www.cours-de-maths-internet.fr/le-boulier.html?PHPSESSID=alssi43mkj33gi9fo3pkh2nm30

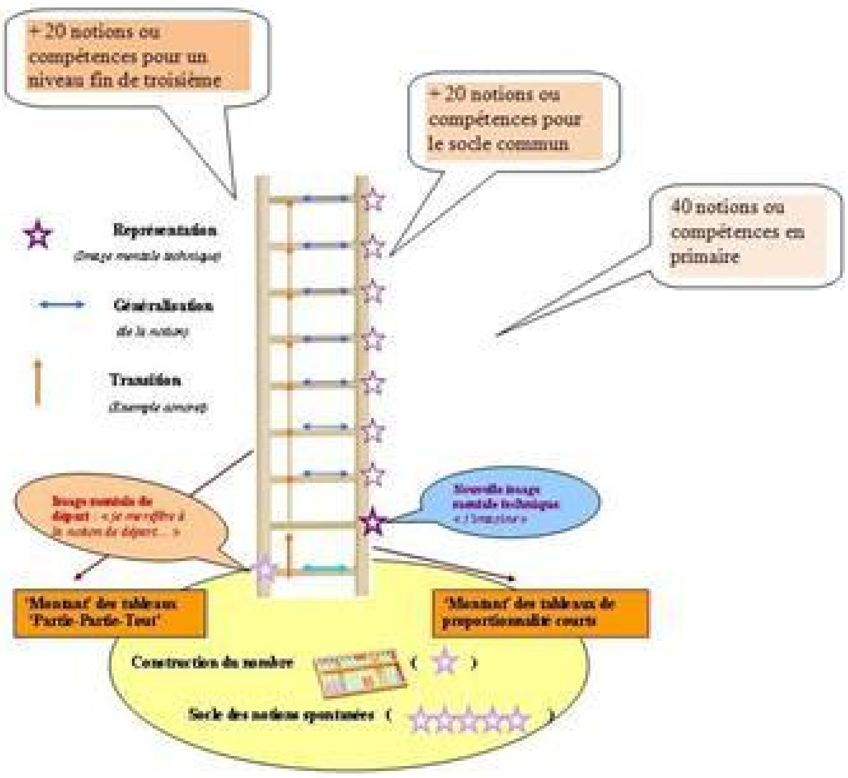
Site Atlantico :

http://www.atlantico.fr/editions/books/france-handicapee-calcul-vaincre-innumerisme-pour-sortir-chomage-michel-vigier-education-nationale-mathematiques-chomage-france-1014911.html

Annexes

Annexe 1, l'échelle logico-arithmétique

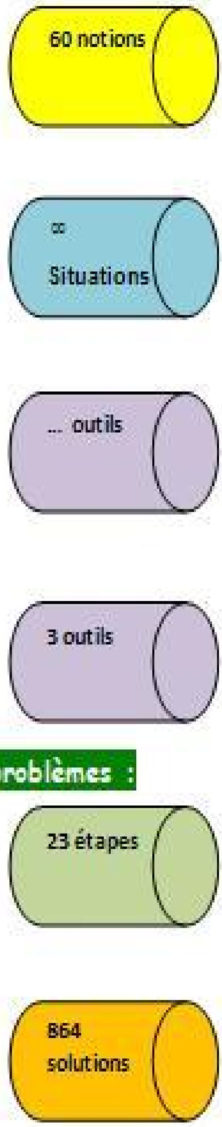
L'Echelle Logico-Arithmétique

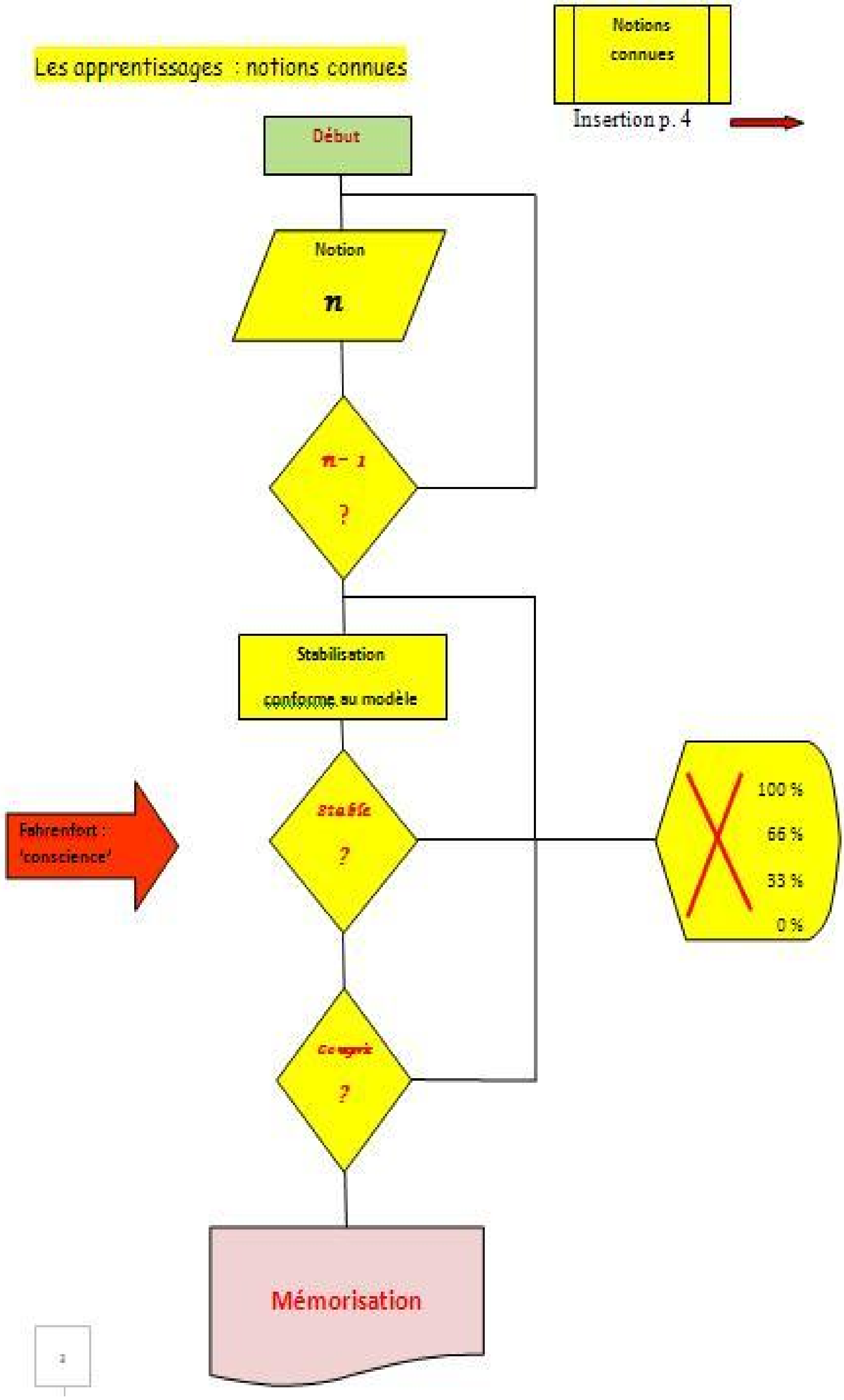


Annexe 2, ordinogramme des apprentissages mathématiques

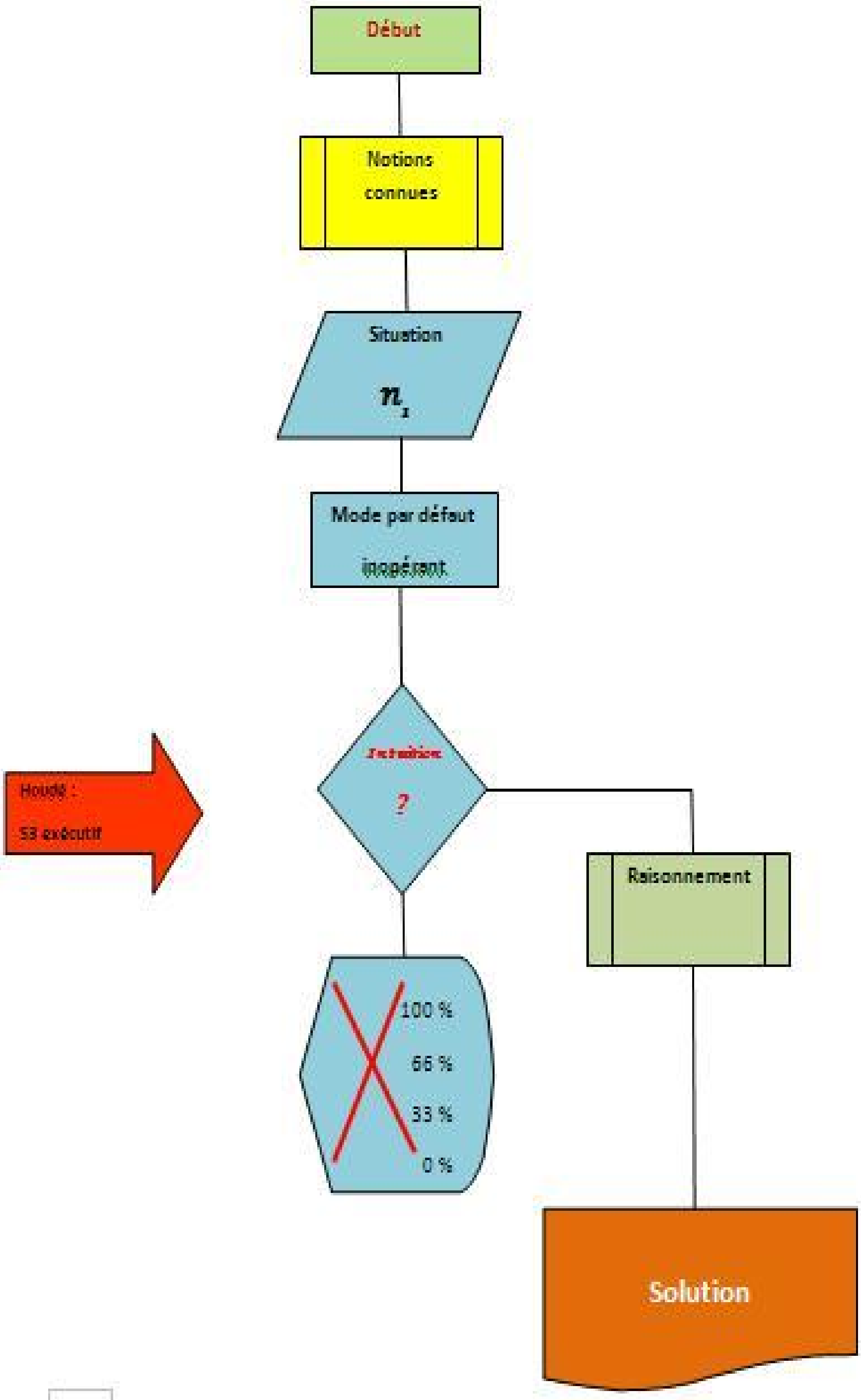
Fichiers de données

- Les 60 notions du Socle Commun :
- L'infinité des situations de la vie :
- Les outils actuels:
- Les trois outils didactiques :
- Les 23 étapes d'abstraction dans les problèmes :
- Les 864 solutions possibles :



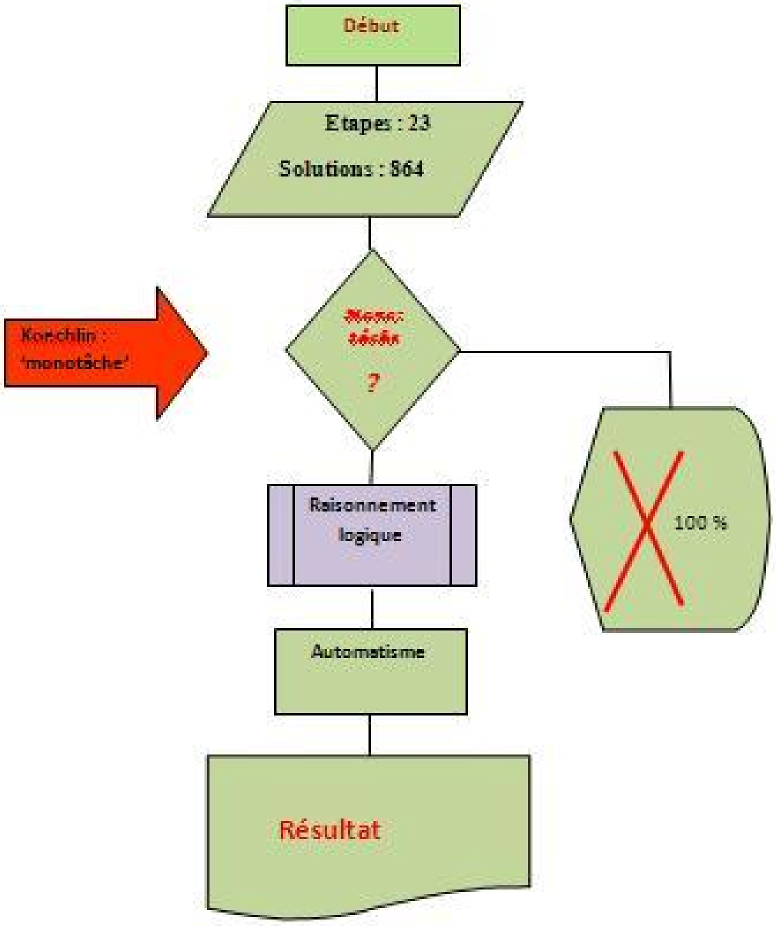

Les apprentissages : notions connues
Notions
connues
Insertion p. 4
Début
Notion
n
n - 1
?
Stabilisation
conforme au modèle
Fahrenfort :
'conscience'
Stable
?
100 %
66 %
33 %
0 %
?
Mémorisation

Les situations de la vie

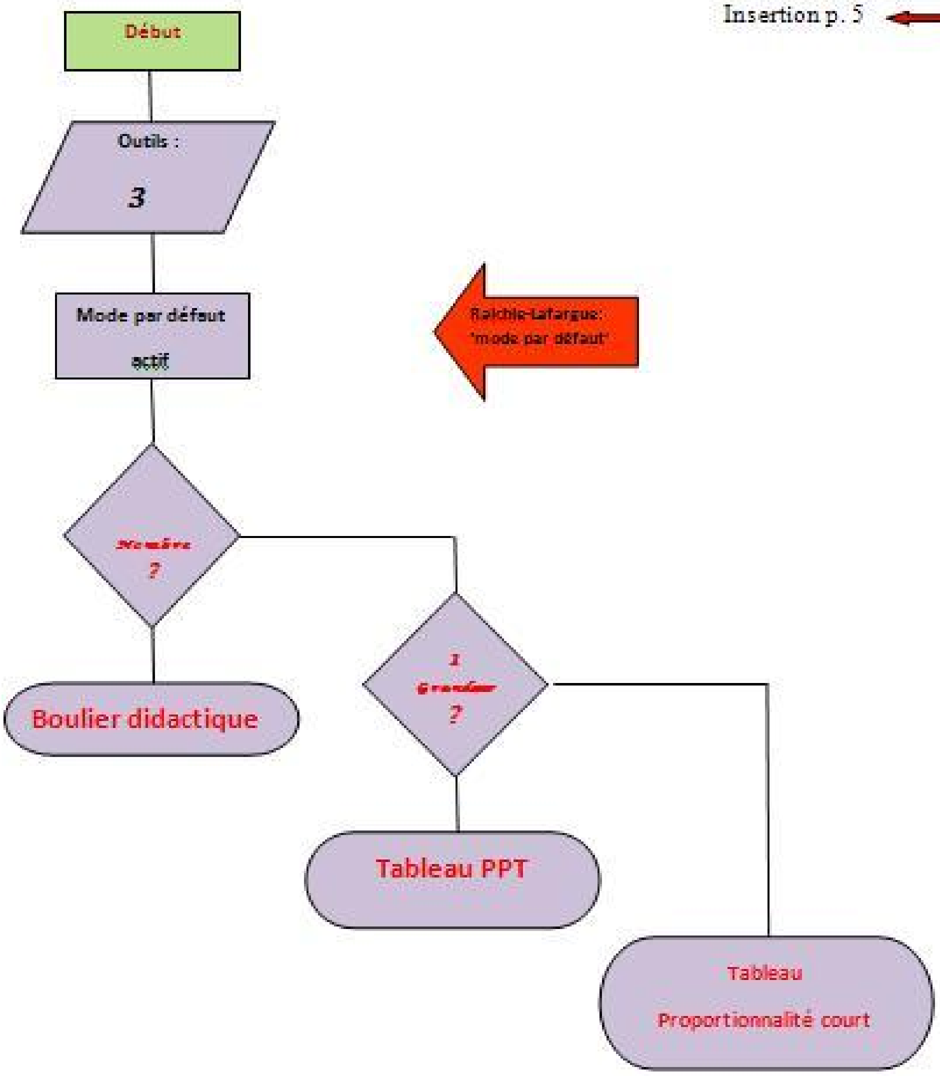


Le Raisonnement

Insertion p. 4



Détails du raisonnement logique



Annexe 3, lecture énoncé, aide au raisonnement

Situations de la vie | Primaire CM | Barreau : 29

Applications

Résolutions d'énoncés

Procédure à suivre dans la résolution d'une situation de la vie en une étape:

N° du palier	Intitulé des paliers d'abstraction
1	Lire l'énoncé
2	Interpréter les nouveaux mots inconnus
3	Interpréter, imaginer et comprendre la situation
4	Repérer les grandeurs et leur nombre
5	Repérer la question
6	Repérer les informations utiles ou inutiles
7	Rechercher les nombres, quantités, mesures des grandeurs, écrits en chiffres
8	Rechercher les nombres, quantités, mesures des grandeurs, écrits en lettres
9	Repérer les pièges lexicaux (ex. le mot « chaque » à la place de un ou de 1)
10	Représenter la situation par un schéma
11	Désigner, nommer les grandeurs
12	Organiser les données numériques
13	Choisir l'opération N° 1 entre deux nombres
14	Choisir l'opération N° 2 entre deux nombres
15	Choisir l'ordre de l'opération N° 1
16	Choisir l'ordre de l'opération N° 2
17	Ecrire symboliquement les opérations
18	Effectuer le calcul
19	Choisir l'unité
20	Ecrire le résultat
21	Ecrire la réponse
22	Vérifier le résultat
23	Vérifier la concordance de l'ordre de grandeur

Aide au raisonnement et respect de la procédure avec les tableaux de proportionnalité.

Aide au raisonnement		Type	Outil	Action	Palier	Choix
	Lecture énoncé			Soulignement	1-3	
	Nombre de grandeurs	1 grandeur	Tableau [P-P-T]		4	Situation additive
		2 grandeurs	Tableau [PC]			Situation proportionnalité
	Question ?				5	
	Nombres ?	3 connus		Encadrement	6-10	Informations utiles
	Grandeurs		Désigner les deux grandeurs		11	Grandeur recherchée en ligne 2
	Organiser				12	Règles de correspondance
	Opérations ?		Automatisme α		13-16	Produit en croix
	Calcul	Règle de 3	Tableur	k= ? x ? / ?	17 ; 18	
	Résultat				19-23	Unité, ordre de grandeur, vérification, écriture

Aide au raisonnement et respect de la procédure avec les tableaux [Partie-Partie-Tout] (élèves de primaire, surtout):

Aide au raisonnement		Type	Outil	Action	Palier	Choix
	Lecture énoncé			Soulignement	1-3	
	Nombre de grandeurs	1 grandeur	Tableau [P-P-T]		4	Situation additive
		2 grandeurs	Tableau [PC]			Situation proportionnalité
	Question ?				5	Recherche du Tout
	Nombres ?	2 connus		Encadrement	6-10	Informations utiles
	Grandeurs				11	Désigner la grandeur
	Organiser				12	Le tout est connu
	Opérations ?		Automatisme		13-16	Addition
	Calcul		Calcul mental	X = Partie+Partie	17 ; 18	
	Résultat				19-23	Unité, ordre de grandeur, vérification, écriture